



Innovation in research and engineering education:
key factors for global competitiveness

*Innovación en investigación y educación en ingeniería:
factores claves para la competitividad global*

METODOLOGÍA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA POTENCIAR EL APRENDIZAJE DE ESTUDIANTES DE PRIMER CICLO DE INGENIERÍA

María Luisa Saavedra Quintana, Georgina del Carmen Díaz

Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile

María Angélica Vega Urquieta

Universidad de Chile
Santiago, Chile

Resumen

En este trabajo se desarrolla una metodología aplicada en la asignatura Métodos de Estudio, para potenciar el autoaprendizaje en las asignaturas de Ciencias Básicas del Primer Año de Ingeniería, que se fundamenta en tres dimensiones educacionales:

- **Psicológica**, incluye el estudio de estilos de aprendizajes y canales de comunicación predominantes en los estudiantes, basados en los estudios de Kolb - Mc Intire y del Instituto Chileno de Programación Neurolingüística.
- **Pedagógica**, se diseñó una estrategia de resolución de problemas, basada en el método Pólya, perfeccionado por Alan Schoenfeld, con el propósito de guiar al estudiante en el planteamiento y resolución de problemas, que incluye el uso de los factores cognitivos involucrados al resolver un problema, y propiciar instancias de aprendizaje que permitan desarrollar habilidades metacognitivas de orden superior.
- **Disciplinar**, proporcionado por las temáticas de las asignaturas de ciencias básicas, de las cuales se obtienen los problemas modelos propuestos, para la aplicación de la metodología.

La asignatura de Métodos de Estudio, se desarrolla en el aula, con la participación de un psicólogo y un profesor de Ciencias Básicas. Al inicio del curso, el psicólogo realiza actividades para que los estudiantes reconozcan factores que favorecen o entorpecen su aprendizaje y el desarrollo del pensamiento, luego el profesor desarrolla una metodología de estudio que potencia estrategias y habilidades metacognitivas, en un entorno interactivo, colaborativo y de autoaprendizaje.

En las primeras aplicaciones de las metodologías comentadas, los estudiantes pudieron ser clasificados en:

- Aquellos que les fue difícil verbalizar el proceso mental y encontrar sentido a la metodología.
- Otros que comprendieron la metodología y la aplicaron, logrando un estudio más efectivo que no habían experimentado.
- Un grupo menor que comprendieron la metodología pero no lograron internalizarla.

Como conclusión principal, la metodología propuesta permite desarrollar habilidades metacognitivas asociadas al análisis de la información en el estudiante, además de resolver problemas, planificar, usar estrategias eficaces de aprendizaje, evaluar el conocimiento y visualizar diversos escenarios de enseñanza y en especial asumir la responsabilidad de su propio aprendizaje.

Palabras clave: resolución de problemas; aprendizaje autónomo; factores cognitivos

Abstract

This paper develops a method, was applied in the course of Research Method, to support an independent learning through problem solving, for engineering students.

This method is based on three educational dimensions:

- **Psychological**, which includes the study of learning styles and communication channels predominant in students, which considered the Kolb - Mc Intire test and to identify the communication channels, the test of the Chilean Institute of NLP was considered.

- **Educational**, for which it designed a problem-solving strategy, based on the method Pólya, improved by Alan Schoenfeld, the student must describe the cognitive factors involved in solving a problem, with the explicit purpose to promote mental operations and levels of learning, in order to develop higher order of skills.

- **Disciplinarian**, that is provided by the topics of basic science subjects, sources of the model problems proposed to the application of the methodology.

The course of Research Method takes place in the classroom, with a psychologist and a professor of Basic Sciences. At the beginning of the course, the psychologist supports activities for students to recognize factors that help or hinder their learning and the development of thinking, then the teacher develops a methodology that power metacognitive strategies and skills in an interactive, collaborative and self-learning.

In the first applications of the methodologies discussed, students could be classified into:

- *Those that found troubles to verbalize the thinking process and didn't find any sense in the methodology.*
- *Others who understood the methodology applied it and achieved a more effective study who had not experienced before.*
- *A smaller group, who understood the methodology but failed into internalize it.*

As main conclusion, the proposed methodology helps to develop metacognitive skills in student, associated to data analysis, as well as skills to solve problem, to plan, to use effective learning strategies, knowledge evaluation and visualization of various knowledge environments and especially to take the responsibility for their own learning.

Keywords: *problem solving, collaborative learning; cognitive factors*

1. Introducción

La Facultad de Ingeniería de la Universidad de Santiago de Chile, siguiendo el Modelo Educativo Institucional que busca potenciar el desarrollo de habilidades profesionales desde el ingreso de los estudiantes a la universidad, consciente además, de los bajos indicadores de retención (Tabla 1), asociados principalmente a los bajos rendimientos en las asignaturas del área matemática y a la dificultad de los alumnos para integrarse a la vida universitaria, modificó el Plan de Estudio el año 2012, incorporando un grupo de asignaturas no tradicionales junto a las clásicas asignaturas de ciencias básicas. El Plan denominado Módulo Básico (MBI) representa la base formativa de cualquier ingeniero sin importar la especialidad.

TABLA 1.- Índices de retención, por cohorte de ingreso, a carreras de Ingeniería de la Universidad de Santiago de Chile

INGRESADOS AÑO	2008	2009	2010	2011	2012
% matriculados 2º semestre de carrera, en base a los ingresados	95	96	95	90	95
% matriculados 3º semestre de carrera, en base a los ingresados	77	78	77	65	82

Una de estas asignaturas es Métodos de Estudio, cuyos objetivos principales son: promover el aprendizaje autónomo mediante el conocimiento y la práctica de técnicas y estrategias de estudio; favorecer el autoconocimiento, mediante el reconocimiento de potencialidades, habilidades y debilidades personales en los estudiantes en relación al aprendizaje; desarrollar habilidades como el autoaprendizaje, la concentración, estrategias de estudio, conocimiento de las distintas formas en que aprende el ser humano y por último facilitar la adaptación académica y social en el ámbito universitario.

Con esta asignatura se desea producir un cambio de actitud en el estudiante, que influya directamente en su aprendizaje. Bajo este concepto y como una forma de estimular el autoaprendizaje en las asignaturas de Ciencias Básicas del Primer Año, especialmente en las aplicaciones a las Matemáticas, se crearon entornos interactivos de enseñanza dentro y fuera del aula, con el propósito de incentivar la participación activa de los estudiantes en su proceso de instrucción, apoyando al cumplimiento de las competencias del perfil del profesional.

Dada la importancia que tiene la Matemática, para la formación de profesionales en las carreras científicas, tecnológicas y de las ciencias de la ingeniería, por mencionar algunas, se requiere que la docencia en esta disciplina se encuentre en un proceso continuo de evaluación y mejoramiento de la calidad de su enseñanza. Esto con el fin de estar en condiciones de preparar al profesional del nuevo milenio, para que su integración a la sociedad sea efectiva, y suponga un aporte original y una fuente de constante innovación. Estas características surgen como resultado de un desarrollo mental creador, que se puede lograr a través del proceso educativo, desarrollando las potencialidades del individuo, logrando una formación integral de éste.

Para cumplir sus objetivos, la Asignatura hace énfasis en el aprendizaje de las Ciencias Básicas, en consideración de que el éxito académico en estas materias, es clave para el desempeño posterior en otras asignaturas y la permanencia en la carrera elegida. Para ello incorpora la participación conjunta en el aula, de psicólogos y profesores de ciencias básicas, estos últimos especializados en estrategias de enseñanza-aprendizaje y con conocimientos en técnicas de estudio aplicadas al aprendizaje de las matemáticas; además

la Asignatura constituye una de las fuente de información para realizar el diagnóstico biopsicosocial de los alumnos, herramienta que permitirá, a la Unidad de Módulo Básico de Ingeniería desarrollar estrategias de apoyo psicológico y curricular, a los estudiantes con riesgo académico, durante los primeros años de estudio.

La hipótesis de este trabajo plantea que es posible lograr un cambio en la actitud del estudiante que influya positivamente en su aprendizaje, para que sea capaz de reconocer sus potencialidades, habilidades y debilidades personales; y entregarles una Metodología de Resolución de Problemas que les permitan enfrentar de forma estructurada el estudio de las asignaturas de ciencia básicas del primer ciclo de Ingeniería.

2. Marco Teórico

El marco teórico, para este trabajo, se enfoca en tres dimensiones:

Dimensión psicológica, que incluye un estudio de los estilos de aprendizajes, como de los canales de comunicación predominantes de los estudiantes y algunos conceptos relacionados con el aprendizaje, como los factores que influyen en él, los pasos para el desarrollo del pensamiento crítico, técnicas de apoyo para estimular la atención y la concentración, con el objetivo de promover el aprendizaje autónomo mediante el conocimiento y la práctica de estrategias de estudio.

Según Vigotsky (1992) el Aprendizaje Colaborativo es aprender con otros y de otros. De acuerdo a esto, el contexto social influye en el aprendizaje más que las actitudes y las creencias. El contexto forma parte del proceso de desarrollo y como tal moldea los procesos cognitivos. El contexto social debe ser considerado en diversos niveles:

- el nivel interactivo inmediato, constituido por los individuos que interactúan en esos momentos.
- el nivel estructural, construido por estructuras sociales que influyen en los estudiantes, tales como la familia y la universidad, y
- el nivel cultural o social general, constituido por la sociedad general, como el lenguaje, el sistema numérico y la tecnología (Bodrova y Leong, 2005).

Los estilos de aprendizaje representan las capacidades que posee cada persona para aprender, estas capacidades dependen de la herencia genética y de las experiencias vitales propias de cada individuo. Así el aprendizaje es el resultado de la forma cómo las personas perciben y procesan el conocimiento. Para Kolb (1994) las personas perciben los conocimientos a través de dos mecanismos opuestos, ya sea a través de la Experiencia Concreta (EC) o de la Conceptualización Abstracta (CA), y además a medida que se va avanzando en la profundización del conocimiento, este procesamiento se realiza a través de la Experimentación Activa (EA) o a través de la Observación Reflexiva (OR).

Según estas formas de percibir y procesar, es posible identificar cuatro modelos de estilos de aprendizaje: Acomodador (EC-EA), Asimilador (CA-OR), Convergente (CA-EA) y Divergente (EC-EA). Kolb y Mc Intyre idearon un test que permite identificar los puntos característicos del aprendizaje mediante indicadores que ellos denominaron Inventario de Estilos de Aprendizaje (IEA) (Kolb et al., 1984). Este test mide las capacidades del individuo para percibir y procesar, determinando seis puntajes, dos para la percepción, dos para el procesamiento y, de la combinatoria de estos, dos para el modelo que caracteriza el estilo de aprendizaje del individuo.

Dimensión pedagógica, en la actualidad existe un acuerdo entre los investigadores en educación matemática de aceptar la idea de que el objetivo primario de la educación matemática debería ser que los estudiantes aprendan matemáticas, a través de la resolución de problemas. Sin embargo, debido a las múltiples interpretaciones de este término, este objetivo no es tan claro. Stanic y Kilpatrick (1988) afirman que los problemas matemáticos, desde la antigüedad, han sido centro en el currículo escolar, pero no así la resolución de problemas que es completamente diferente. De ese modo, se encuentra la resolución de problemas como contexto, habilidad y una forma de hacer matemática.

El matemático más conocido que sostuvo esta última idea fue George Pólya, sostenía que el aprendizaje de la matemática tiene relación con el descubrimiento en matemáticas, entonces a los estudiantes se les debe dar la oportunidad de resolver problemas, comenzando por imaginar una cuestión matemática y luego probándola, de acuerdo a su nivel de conocimiento. Posteriormente, Alan Schoenfeld (1992), continuó con los estudios propuestos por Pólya, determinando que la resolución de problema está influenciada por las creencias de incapacidad de los estudiantes, la solidez de sus conocimientos previos y la falta de conocimiento de estrategias de resolución de problemas.

Dimensión disciplinar, proporcionado por las temáticas de las Asignaturas de Álgebra y Cálculo, del primer ciclo de ingeniería, de las cuales se obtienen los problemas usados como modelos y los propuestos para aplicar la metodología.

3.- Metodología de enseñanza desarrollada

La asignatura de Métodos de Estudio se planificó metodológicamente en dos etapas. La primera de cinco sesiones, con la participación del profesor de la asignatura y desarrolladas por un psicólogo quien comienza la primera etapa aplicando dos cuestionarios. La finalidad de esta actividad es identificar los estilos de aprendizajes y los canales de comunicación predominantes en cada uno de los estudiantes.

Para identificar los canales de comunicación predominantes en el proceso de aprendizaje se utiliza el test elaborado y estandarizado por el Instituto Chileno de Programación Neurolingüística, que determina si el estudiante es preferente ante el estímulo visual, auditivo o kinestésico. Para determinar el modelo de estilo de aprendizaje, aunque existen muchas definiciones del constructo estilo de aprendizaje y variados test para identificarlo, se considera en esta implementación el test elaborado y estandarizado por Kolb y Mc Intyre.

En las siguientes sesiones se tratan temas relacionados con los factores que afectan al aprendizaje, técnicas de comprensión y retención de la información y desarrollar estrategias y técnicas para aprender significativamente, manejo de la ansiedad y estrés.

La segunda etapa son sesiones tipo taller desarrolladas por profesores de matemáticas. La metodología usada fue tomar una herramienta conocida por los profesores de Cálculo y Álgebra como es el Método de Pólya, que constituyó el marco de referencia para desarrollar una serie de actividades orientadas a potenciar el desarrollo de habilidades cognitivas como reflexionar, discriminar, relacionar, seleccionar, argumentar, desarrollar y otras, que los estudiantes fueron interiorizando a través del desarrollo de objetos de aprendizaje basados en los contenidos de Cálculo I, Álgebra I, Física I y Química General, del plan de estudio de Ingeniería y de ejercicios verbales de lógica. Como estrategia de aprendizaje se les solicitó a los estudiantes enfocarse en el proceso mental asociado a la resolución, más que en el resultado matemático,

para lograr este efecto el alumno debió describir las operaciones mentales asociadas, en cada etapa del Método, de manera de verbalizarlas y explicitarlas.

El objetivo de este procedimiento, que incluye hacer consciente las operaciones mentales, es desarrollar en el estudiante, habilidades metacognitivas asociadas al análisis de la información, la planificación, el uso de estrategias eficaces, la evaluación del conocimiento y la visualización de diversos escenarios de aprendizaje, (Burton,1990).

Los talleres se realizaron en un entorno interactivo, es decir, se propició un entorno educativo en que los estudiantes formaron equipos de trabajo, para que cada uno aporte con su perspectiva individual a la resolución de un problema, de modo que la solución obtenida sea construida con las ideas y la creatividad de cada uno de sus integrantes.

3.1. Estrategias de Enseñanza

Para orientar la atención, se usaron medios audiovisuales, para estimular las comunicaciones visuales, kinestésicas, incluyendo gráficos, mapas conceptuales, como un medio de enlazar los conocimientos previos con la nueva información que van adquiriendo en las asignaturas de Álgebra y Cálculo.

Para organizar el conocimiento, se diseñó una estrategia para la resolución de problemas basada en el método creado por Pólya, perfeccionado por Schoenfeld que fue utilizada en cada clase para presentar los contenidos, de modo que los alumnos la internalizarán para posteriormente aplicarla en los problemas que les fueron propuestos, dando énfasis en la importancia de explicitar las operaciones mentales, para propiciar instancias de aprendizaje que permitan desarrollar habilidades de orden superior en los estudiantes.

Esta metodología puede ser aplicada a cualquier problemática de las Ciencias de la Ingeniería. El aprendizaje consciente fue el objetivo del por qué se incluyó una descripción de los Factores Cognitivos (Operaciones del Pensamiento) asociados a cada etapa del método, que se utilizan cuando un individuo resuelve un problema potenciando el desarrollo de habilidades metacognitivas.

3.2 Descripción del Recurso Didáctico

La estrategia de enseñanza, se apoyó en talleres discutidos en clases interactivamente y en talleres grupales que se debían realizar fuera del aula.

El propósito de este trabajo fue desarrollar una metodología de autoaprendizaje que permitiera a los estudiantes construir el conocimiento, a través de una actividad pensada, planificada y desarrollada por ellos mismos, de manera que el papel del docente solo sea de facilitador en la adquisición del conocimiento, más que un “transmisor” del mismo.

Los talleres en aula consistieron en la discusión de la resolución de un problema, extraído de los contenidos programáticos de las asignaturas del plan de estudio o bien problemas verbales orientados al desarrollo de la lógica matemática.

Los estudiantes debían resolver el problema usando, como marco de referencia, el Método de Pólya y verbalizando el proceso mental de análisis y resolución a través de los factores cognitivos involucrados en cada etapa del método. Además se les solicitó organizar el marco teórico usando herramientas esquemáticas para estimular los canales visuales y kinestésicos, ya que el auditivo está presente permanentemente. En el anexo A se presenta un ejemplo de uso de la metodología desarrollada en el aula.

Los talleres propuestos se realizaron en forma grupal usando la estrategia descrita y cada actividad se finalizó con una presentación power point frente al curso, del trabajo realizado por el grupo. Para la evaluación de las actividades se diseñó una rúbrica especial que contempló los siguientes organizadores: calidad del informe, organización del material, uso de herramientas esquemáticas, cohesión del grupo y calidad de la exposición.

Por el número de estudiantes que ingresan a la Universidad cada año, es necesario coordinar 30 cursos con un promedio de 65 estudiantes por curso, 13 psicólogos y 19 profesores de matemáticas, el primer semestre de cada año.

4.- Resultados

Desde la perspectiva de los profesores, los resultados obtenidos tienen relación directa con la motivación del profesor, de su experiencia y claridad al explicar los contenidos. Como la mayoría de los profesores dictaban en paralelo, las asignaturas de Cálculo o de Álgebra, algunos de ellos no lograron enfocar los ejemplos utilizados hacia el proceso mental, involucrado en la resolución de los problemas planteados y lo orientaron al resultado matemático de los mismos. En estos cursos, se presentó un porcentaje alto de estudiantes a los cuales les fue difícil verbalizar el proceso mental y encontrar sentido al método propuesto.

Para evaluar los resultados, al término del curso del año 2012 se realizó una encuesta para obtener información del impacto del curso y de la metodología desarrollada (figura 1). El 77% de los alumnos opinó que los temas tratados por los psicólogos eran útiles e interesantes y el 79% indicó que la metodología propuesta, para la resolución de problemas, resultó útil e interesante para mejorar su rendimiento en las asignaturas del área matemática, un 16% indicó que no le sirvió y solo un 5% indicó que no la entendió o no pudo aplicarla.

Por lo tanto desde la perspectiva de los estudiantes, estos se pueden clasificar en las siguientes categorías:

1. Estudiantes que comprendieron la metodología y lograron aplicarla, reconociendo que les permitió hacer un estudio más efectivo que antes no habían logrado.
2. Estudiantes que comprendieron la metodología, pero que no lograron asimilarla completamente para hacer más efectivo su estudio
3. Estudiantes que no comprendieron o no se motivaron a desarrollar la metodología, porque consideraron que no les era adecuada, por lo tanto sintieron que las horas del curso eran una pérdida de tiempo.

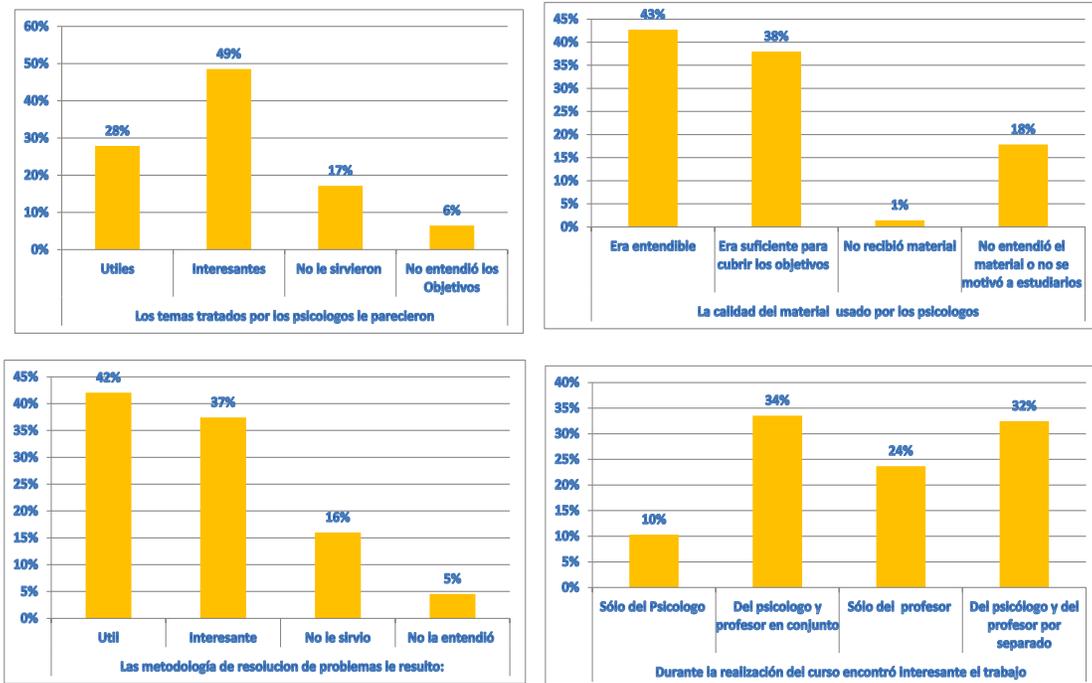


Figura 1. Encuesta para medir impacto del curso en los alumnos. Resultados (~ 2000 alumnos).

Finalmente, para evaluar el impacto real del curso es necesario hacer un seguimiento de los estudiantes durante su avance curricular, porque a la fecha solo se han realizado dos versiones de este. Además, esta asignatura se relaciona con otras que integran el Módulo Básico por lo tanto el impacto debe ser medido en su conjunto.

5. Conclusiones

La metodología propuesta permite desarrollar en el estudiante, la habilidad de resolver problemas, a través del desarrollo de habilidades metacognitivas, asociadas al análisis de la información, la planificación, del uso de estrategias eficaces, la evaluación del conocimiento y de la visualización de diversos escenarios de aprendizaje.

La metodología le permitirá a los estudiantes organizar su estudio, optimizar el tiempo y obtener mejores resultados reales en las asignaturas de su plan de estudio, lo que incidirá directamente en mejorar las tasas de retención de las carreras, los rendimientos académicos y en potenciar habilidades profesionales definidas en el perfil, como la capacidad de enfrentar y resolver problemas en el ámbito de la ingeniería.

Es necesario capacitar a profesores y psicólogos con el perfil adecuado, para impartir esta asignatura, considerando el grado motivacional que se requiere, especialmente que el curso va orientado a estudiantes que recién ingresan al mundo universitario.

6.-Referencias

- Baro A., (2011) Metodologías activas y aprendizaje por descubrimiento. Revista Digital Innovación y Experiencias Educativas N° 40. Disponible en línea [2/ 06/2011]

- [http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_40/ALEJANDRA BARO 1.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_40/ALEJANDRA_BARO_1.pdf)
- Bodrova E., Leong, D. (2005). La teoría de Vygotsky: Principios de la Psicología y la educación. En: Curso de formación y actualización profesional, para el personal docente de educación preescolar, Vol.I .Sept. , México, pag.48
- Burton, J. 1990. *Conflict: Resolution and Provention*. St Martin's Press.
- Felder R.M., Brent R. (2002) Designing and teaching courses to satisfy engineering criteria 2000. Disponible en línea [2/08/2005]. <http://vrd.ucv.cl/importaciones/Teachinglearning/Active%20and%20Cooperative%20Learning/Papers/EC2000-monograph.pdf>
- Felder R.M., Brent R. (1992) What do they know, anyway?, *Chemi. Eng, Education* (1992)
- Flores F., Gray J. (2000) El Espíritu Emprendedor y la Vida Wired: el Trabajo en el Ocaso de las Carreras. Disponible en línea [22/09/2005] <http://www.educarchile.cl/medios/20010820124628.pdf>
- Kolb, D.A. (1994). Learning styles and disciplinary differences. In *Teaching and learning in the college classroom*, eds. K.A. Feldman and M.B. Paulsen, pp. 151-164. Needham Heights, Ma.: Ginn Press.
- Kolb, D.A., Rubin, I.M., & McIntyre, J. (Eds., 1971). *Organizational psychology: An experiential approach*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall.
- Pech, J. <http://posgradofeuady.org.mx/wp-content/uploads/2011/03/Pech-Joan-MIE2009.pdf>
- Pólya G., (1962) *Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving. 2 vols. New York: John Wiley & Son*
- Stanic, G. and J. Kilpatrick (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. R. Charles and E. Silver. Reston VA, National Council of Teachers of Mathematics: 1-22.
- Schoenfeld, Alan (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Vigotsky, Ls. (1992). *Educational Psychology*. Traducción de Robert Silverman, St. Lucie Press, Florida.
- Tedesco, J.C. (2003). Los pilares de la educación del futuro. En: *Debates de educación* (Barcelona). Fundación Jaume Bofill; UOC. Disponible en línea [1/09/2005]. <http://www.uoc.edu/dt/20367/index.html>
- Vega, M.A. (2012). Análisis de la construcción del concepto de la derivada en un primer ciclo de enseñanza superior asistida por ordenador. Tesis Doctoral Inédita. Huelva: Universidad de Huelva.

Sobre los autores

- **María Luisa Saavedra Quintana**- Ingeniero Civil Químico, Magister en Logística- Académica de la Universidad de Santiago. marialuisa.saavedra@usach.cl
- **María Angélica Vega Urquieta**– Profesor de Estado en Matemática y Estadística- Magister en Matemática – Doctora en Educación Matemática. Director de Asuntos estudiantiles Universidad de Chile. mavega@ciq.uchile.cl
- **Georgina del Carmen Díaz Caro**- Ingeniero Civil Químico, Doctora en Ciencias Naturales- Académica de la Universidad de Santiago. georgina.diaz@usach.cl

ANEXO A

TALLER: - RESOLUCIÓN DE PROBLEMA - ACTIVIDAD GRUPAL: 5 PERSONAS

INSTRUCCIONES:

En grupo resolver un problema utilizando el Método de Resolución de Problemas de 4 pasos basado en el Método de Pólya. La finalidad de la actividad es que se aplique correctamente cada paso de la metodología, siendo consciente de las operaciones mentales que se realizan para llegar a la solución. Se propone no tratar de resolver inmediatamente el problema, recordar que la finalidad de la actividad no es, solamente, encontrar la solución, sino que desarrollar una metodología que permita encontrarla. Por lo tanto, se sugiere:

- En grupo leer el problema en voz alta
- Desarrollar la metodología en forma ordenada partiendo por el paso 1
- En cada paso interactuar en el grupo, mediante lluvia de ideas para permitir la participación de todos los integrantes del grupo.
- Anotar al menos 4 operaciones del pensamiento que identifiquen cada paso de la metodología
- Describir la resolución del problema en forma ordenada
- Utilizar elementos esquemáticos para apoyar el desarrollo

El producto de la actividad es un power point y una exposición frente a la clase, de no más de 5 minutos, la que se realizará la semana siguiente a la entrega de este documento.

El trabajo será evaluado considerando que debe contener:

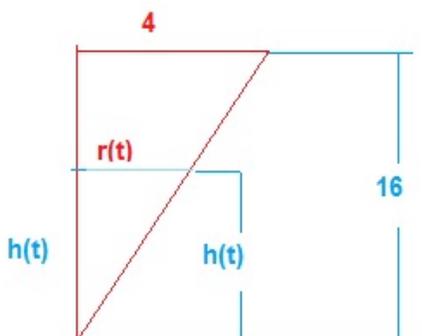
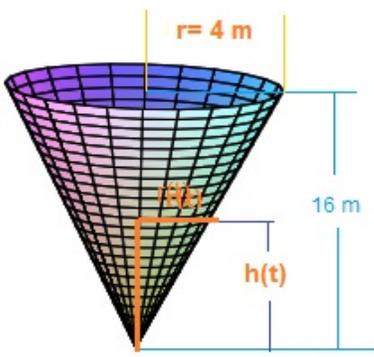
1. Exposición del problema
2. El desarrollo de las etapas de la metodología indicando en paralelo las operaciones del pensamiento usadas y el desarrollo del problema, en cada paso del método
3. Evaluación de grupo indicando el grado de integración y de participación de cada integrante
4. Conclusión de la actividad realizada

PROBLEMA DE APLICACIÓN:

Un estanque para almacenar agua, tiene la forma de cono invertido con una altura de 16 m y un radio basal de 4 m. El agua es bombeada al estanque por la parte superior a un flujo volumétrico de $2 \text{ m}^3/\text{min}$. Se desea llenar el estanque a hasta una cierta altura, como el flujo de agua es constante, es importante conocer como sube el nivel de agua en el estanque. ¿Qué tan rápido sube el nivel del agua, cuando este ha alcanzado una profundidad de 5m?

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Etapa 1: Comprender el problema	
Desarrollo verbal (Incorporar Operaciones Mentales)	Desarrollo Matemático
<p>Identificar que el problema corresponde a una razón de cambio o tasa relacionada de cambio, puesto que entre los datos aparece la razón de cambio de un volumen de agua y se pregunta por la razón de cambio del nivel del agua.</p> <p>Definir e Identificar: la variable dependiente, intermediarias e independiente y sus respectivas unidades.</p> <p>Asignar valores a las variables y a las razones de cambio dadas.</p> <p>Analizar si la variable dependiente se define en términos de una o más variables intermediarias.</p> <p>Sintetizar usando una herramienta esquemática, gráfico, para visualizar más claramente, la información.</p>	<p>Datos – Variables -Compatibilidad de unidades - conceptos previos – gráficos – mapas - etc.</p> <p>Datos y Variables:</p> <ul style="list-style-type: none"> • t: tiempo medido en minutos, variable independiente. • t*: instante de tiempo, tal que h(t*)=5 m. • V(t): Volumen de agua en el tiempo t, variable dependiente. • r(t): radio del nivel del agua en el tiempo t, variable intermediaria. • h(t): altura del nivel del agua en el tiempo t, variable intermediaria. • r: radio de la base del cono, 4 m. • h: altura del cono, 16 m. • El volumen se expresa en términos de dos variables intermediarias. $V(r, h) = \frac{1}{3} \pi r^2 h \quad V(r, h) = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ <p>Razones de Cambio: Conocidas y desconocidas.</p> $\frac{dV}{dt} = 2 \left[\frac{m^3}{\text{min}} \right], \quad \frac{dh}{dt}(t^*) = ?$ <p>Herramienta esquemática:</p>

Etapa 2: Configurar un plan	
Desarrollo verbal (Incorporar Operaciones Mentales)	Desarrollo Matemático
<p>Relacionar, mediante una función y/o ecuación, las variables que intervienen en el problema. En este caso el volumen del cono con sus elementos.</p> <p>Observar que se identificó en la etapa 1 la función involucrada. En este caso la función volumen, que incluye dos variables intermedias y que, a través de la información dada en el problema o de su geometría, ambas variables se puedan relacionar.</p> <p>Aplicar el Teorema de Thales, porque al realizar un corte transversal del cono, se observa que es aplicable este teorema.</p> <p>Analizar en términos de que variable se dejará expresado el volumen.</p> <p>Identificar cuál que la razón de cambio incógnita y cuál de ellas es un dato conocido.</p> <p>Sustituir en la función volumen la variable $r(t)$ y dejar la función en términos de la altura.</p>	<p>Modelo matemático, pasos a seguir para resolver el problema, posibles alternativas.</p> <p>Modelo Matemático:</p> $V(h) = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ <p>Esquema: Corte transversal del cono</p>  <p> $\frac{r(t)}{h(t)} = \frac{4}{16} \Rightarrow r(t) = \frac{4 \cdot h(t)}{16}$ $\frac{r(t)}{h(t)} = \frac{4}{16} \Rightarrow r(t) = \frac{4 \cdot h(t)}{16}$ </p> <p>Luego, el Modelo que usaremos es: <i>Tanque Cónico</i></p>  <p> $V(h) =$ $V(h) =$ </p>

Etapa 3: Ejecutar el plan	
Desarrollo verbal (Incorporar Operaciones Mentales)	Desarrollo Matemático
<p>Aplicar la derivada implícita con respecto al tiempo, usando la Regla de la Cadena.</p> <p>Observar que se obtiene una relación entre razones de cambio (funciones derivadas) que dependen del tiempo.</p> <p>Interpretar que V y h son funciones del tiempo t.</p> <p>Determinar que existe una relación entre las razones de cambio.</p> <p>Interpretar que se obtiene una relación entre dos funciones derivadas. (razones de cambio)</p> <p>Comprender que se requiere determinar la razón de cambio evaluada en un instante determinado t^*, donde $h(t^*)=5$ m. Es decir, el resultado es un número y no una función.</p> <p>Evaluar en el instante t^*, obteniendo el valor que toma la función.</p> <p>Relacionar las razones de cambio con los datos</p>	<p>Como $V(h) = \pi \frac{h(t)^3}{48}$, entonces</p> $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} * \frac{dh}{dt}$ $\frac{dV}{dh} = \frac{3\pi}{48} * h^2 = \frac{\pi}{16} h^2$ $\frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{16} h^2 * \frac{dh}{dt}$ $\frac{dV}{dt}(t^*) = \frac{\pi}{16} h^2(t^*) * \frac{dh}{dt}(t^*)$ <p>Recordar que: $\frac{dV}{dt} = 2 \left[\frac{m^3}{min} \right]$ y $h = 5m$</p> <p>reemplazando los valores en la ecuación:</p> $2 = \frac{\pi}{16} 25 * \frac{dh}{dt}(t^*)$ $\frac{dh}{dt}(t^*) = \frac{32}{25\pi}$ $\frac{dh}{dt}(t^*) = 0,4$

Etapas 4: Mirar hacia atrás	
Desarrollo verbal (Incorporar Operaciones Mentales)	Desarrollo Matemático
<p>Comprender que la razón de cambio del nivel del agua se representó por ¿????</p> <p>Interpretar el resultado entendiendo que para verbalizar la respuesta, se debe analizar el significado de esta derivada y las unidades en que se representa su valor.</p>	<p>Interpretar resultados, analizar el plan desarrollado, verificar si el resultado es aceptable</p> <p>El resultado obtenido es:</p> $\frac{dh}{dt}(t^*) \approx 0.4$ <p>Verbalizar la respuesta</p> <p>El nivel del agua aumenta aproximadamente a razón de 0.4(m/min), cuando el agua contenida en el estanque alcanza una profundidad de 5 m.</p>

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería y de la International Federation of Engineering Education Societies

Copyright © 2013 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI), International Federation of Engineering Education Societies (IFEES)