



**Encuentro Internacional de  
Educación en Ingeniería ACOFI**

Innovación en las facultades de ingeniería:  
el cambio para la competitividad y la sostenibilidad

Centro de Convenciones Cartagena de Indias

4 al 7 de octubre de 2016



# **LIBRO DE CÁLCULO DIFERENCIAL BAJO UN ENFOQUE DE MODELACIÓN MATEMÁTICA**

**Lina María Peña Páez, Lyda Magnolia Soto Urrea**

**Universidad de San Buenaventura  
Bogotá, Colombia**

## **Resumen**

Algunas investigaciones muestran que, para darle más sentido al currículo, se requiere una nueva propuesta metodológica que impacte en los procesos académicos en el aula de clase. De esta forma, se presenta la Modelación Matemática como una estrategia de enseñanza–aprendizaje pertinente para la formación de ingenieros, porque transforma la enseñanza de la matemática de una transmisión de procesos operativos (enseñanza tradicional) a una estructura que hace parte de toda el área del conocimiento.

Ahora bien, diseñar un currículo implica una metodología acertada y unas herramientas de apoyo acordes a las necesidades de los estudiantes; así el libro de texto se convierte en un aliado del docente que debe cumplir con las expectativas planteadas, en esta búsqueda se encuentra que los libros de cálculo diferencial utilizados en las universidades presentan estructuras similares, dejando al final de la sección de ejercicios los problemas de aplicación, sin embargo, la Modelación Matemática no es su objetivo fundamental.

Por tanto, el objetivo de este documento es mostrar los resultados de una investigación cuyo producto es un E-Book de cálculo diferencial, que permite, por un lado, acercar a los estudiantes de una manera familiar a los temas propios del currículo, y por otro, resolver problemas contextualizados del campo ingenieril, mediante el desarrollo de las siete etapas del círculo de modelación.

**Palabras clave:** cálculo diferencial; modelación matemática; E-book

### ***Abstract***

*Some research shows that to give more meaning to the curriculum, a new methodological approach to impact academic processes in the classroom is required. Thus, the Mathematical Modeling is presented as a teaching strategy and relevant to the training of engineers learning, because it transforms the teaching of mathematics transmission of operational processes (traditional teaching) to a structure that is part of the whole area of knowledge.*

*However, designing a curriculum involves a successful methodology and support tools that meet the needs of students; and the textbook becomes an ally of the teacher who must meet the expectations raised in this search it is that the books of differential calculus used in universities have similar structures, leaving the end of the exercise section issues application, however, is not mathematical modeling its fundamental objective.*

*Therefore, the objective of this paper is to show the results of an investigation whose product is a differential calculus E-Book, which, on the one hand, bring students in a familiar way to own curriculum topics, and another, solve application problems of the engineering field through the development of the seven stages of modeling circle.*

***Keywords:*** *differential calculus; mathematical modeling; E -book*

## **1. Introducción**

Los docentes de Ciencias Básicas de cualquier facultad de ingeniería se ven enfrentados a los cuestionamientos de los estudiantes con respecto a la necesidad de los conceptos propios de la física y la matemática y en particular su aplicación al campo ingenieril; de ahí que surja la necesidad de plantear proyectos cuyos resultados impacten en el plan de estudios de los diferentes programas de ingeniería.

Diversos estudios muestran la importancia de presentar los conceptos matemáticos de manera contextualizada con el fin de lograr que éstos se vuelvan significativos y más cercanos para el estudiante. Generalmente, se ha considerado que resolver los problemas rutinarios de los libros de texto es la mejor manera para que los estudiantes se apropien de las temáticas propuestas en los currículos, sin embargo, el resolver éstos de manera operativa no asegura la comprensión ni reconoce la importancia de la matemática como fundamento de la ingeniería. Por tal razón, se presenta la Modelación Matemática como una estrategia que brinda a los estudiantes la oportunidad de desarrollar habilidades para enfrentarse a los problemas propios de la ingeniería.

La Modelación Matemática puede verse como un proceso que permite la construcción de un modelo (Camarena, 2009) o como un método de enseñanza que permite obtener nuevos conocimientos (Biembengut & Hein, 2004), este trabajo se enmarca en el segundo enfoque mencionado, puesto que permite cumplir con los retos actuales de la educación en ingeniería, respondiendo a la necesidad de un currículo centrado en los estudiantes que

contemple un aprendizaje activo basado en proyectos, tal como lo propone la iniciativa CDIO al reconocer la importancia de competencias tales como abstraer, analizar, sintetizar, identificar, plantear y resolver problemas, entre otras (Bell et al., 2015).

Ahora bien, la modelación matemática no es una estrategia metodológica común para orientar los cursos de ciencias básicas; y los libros de textos utilizados en su mayoría no apuntan a fortalecer dicha estrategia, de ahí que en la Universidad de San Buenaventura se planteó un proyecto de investigación cuyo resultado fue el diseño de un E-book, el cual acerca a los estudiantes a la comprensión de los conceptos de cálculo diferencial, resolviendo problemas cuyo proceso de solución implica la Modelación Matemática, y apoyado en herramientas didácticas alternativas a los libros de texto tradicionales.

## 2. La Modelación Matemática como estrategia de enseñanza – aprendizaje

En el campo de la educación matemática los autores coinciden que la modelación matemática está relacionada directamente con situaciones contextualizadas, sin embargo, no deben confundirse tales situaciones con los problemas que aparecen planteados en los libros de texto, que, si bien es cierto, algunos de ellos tienen algo que ver con el mundo real, no necesariamente impactan la realidad académica del estudiante. Por tal motivo, las situaciones contextualizadas que se presentan en el E-book, toman como base, las denominadas por Werner Blum (2009) como “tareas de modelación”, es decir, tareas que van más allá de encontrar un resultado, dando prioridad al proceso cognitivo que conlleva a tal resultado. Éstas tareas de modelación demandan, no sólo competencias matemáticas, sino otras relacionadas con lectura, comunicación, diseño y aplicación de estrategias de resolución de problemas.

Para la solución de las tareas de modelación se ha planteado el reconocido “Ciclo de Modelación” el cual, considera siete etapas como se evidencia en la figura 1. (Blum, 2009, p.46)

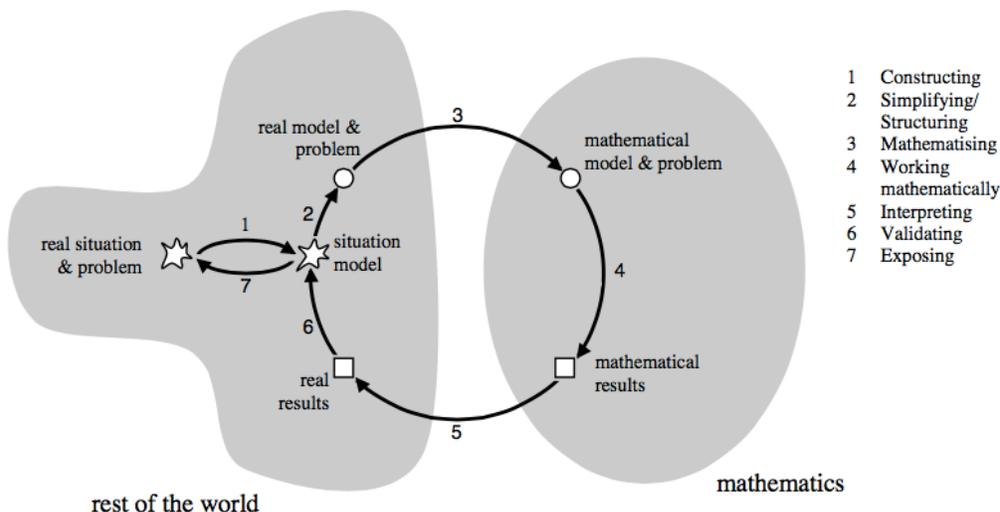


Figura 1.  
Círculo de modelación de Blum.  
Fuente: Blum, W., Borromeo, R. (2009) *Mathematical Modelling : Can It Be Taught And Learnt ?* (p. 46).

En la introducción del E-book, se explica cada una de las etapas, como se muestra a continuación:

**Construcción:** es la etapa de comprensión y entendimiento de la situación que se desea modelar.

**Estructuración:** esta se caracteriza por ser la etapa, en la que se simplifica, estructura y precisa el modelo que permitirá resolver la situación real.

**Matematización:** en esta etapa, se transforma el modelo real en un modelo matemático, el cual puede estar compuesto por ecuaciones, representaciones gráficas, tablas, algoritmos, entre otros.

**Resolución:** en esta cuarta etapa, se trabaja matemáticamente para calcular, resolver ecuaciones, extraer información de tablas o gráficas, ejecutar algoritmos, y otras situaciones similares.

**Interpretación:** en este paso, a partir del modelo matemático y su posterior solución, se explica y en algunos casos, se analizan los resultados sobre el modelo real.

**Validación:** en esta sexta etapa, los resultados obtenidos deberán ser comprobados o contrastados con el modelo real.

**Exposición:** en esta última etapa, se socializan los resultados obtenidos, para identificar si es necesario modificar el proceso o revisar el planteamiento y a su vez, generar recomendaciones a partir de la solución del problema.

Resolver problemas usando la modelación matemática, permite, por un lado, que el docente evidencie el proceso de aprendizaje de los estudiantes y por otro, que ellos encuentren la oportunidad para profundizar en la teoría, identifiquen la necesidad de los conceptos y su relación con la realidad, o que la postre, les permitirá un mejor desempeño en su campo profesional.

### 3. Libros de texto como apoyo al currículo de cálculo diferencial

Si bien es cierto que el libro no debería ser el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje, no es posible desconocer su utilidad como apoyo, tanto a los docentes en su preparación de clases como a los estudiantes, en la consolidación de los conceptos tratados durante las mismas, “como la experiencia lo indica, para estructurar los contenidos de los programas de matemáticas los profesores recurren a los textos como un elemento central de consulta. Es frecuente encontrar coincidencia de contenidos para carreras similares en universidades distintas” (Bravo & Cantoral, 2012). En este mismo sentido, se evidencia que un curso de cálculo diferencial, en una Facultad de Ingeniería, en la mayoría de los casos, se desarrolla, siguiendo únicamente, los ejercicios operativos propuestos en los libros, esto debido, a la falta de tiempo destinada a preparar las clases, dejando de lado, las aplicaciones que deben ser propias de la formación de los ingenieros.

Ahora bien, muchos libros de cálculo del mercado, contienen aplicaciones ingenieriles interesantes, sin embargo, es difícil, que los docentes puedan contemplarlas todas en sus clases, por tal motivo, se requiere de un texto de apoyo que le permita al docente, en un sólo libro, encontrar las aplicaciones más adecuadas para los cursos de cálculo diferencial, así mismo, es importante que este libro ilustre el proceso de resolución de los problemas elegidos, usando la modelación matemática.

En búsqueda de mejorar la práctica docente es necesario concebir la didáctica como “una reflexión permanente del quehacer docente y su materialización en los procesos de enseñanza y aprendizaje” (Lozano, 2009, p.25), esto implica considerar todas aquellas herramientas que el docente pueda utilizar para fortalecer el currículo, una de ellas es el libro de texto, que en el marco de la transposición didáctica puede ser un elemento que contribuye a transformar el saber matemático en un saber a ser enseñado o aprendido. Bajo esta perspectiva, “los libros de texto presentan una propuesta del saber a enseñar (índice temático) y un tratamiento didáctico (definiciones, explicaciones, gráficas, ejemplos resueltos, etc.); es decir, una forma de enseñar” (Bravo & Cantoral, 2012,94).

Por tanto, los libros de texto cumplen una función didáctica puesto que proporcionan situaciones de aprendizaje, y sus autores a partir de concepciones epistemológicas y su propia experiencia, organizan y presentan los contenidos haciendo uso de recursos técnicos (Bravo & Cantoral, 2012). Actualmente, los libros presentan mayores problemas referentes al mundo real, y en el discurso de las clases se recurre a la modelación matemática, sin embargo, existe una brecha entre “el debate educativo y programas de estudio innovadores, por un lado, y la práctica diaria de la enseñanza, por el otro” (W Blum, Galbraith, Henn, & Niss, 2007, XI). En suma, las tareas de modelación no son tan habituales en los currículos de matemáticas.

#### **4. E – book de cálculo diferencial como resultado de investigación**

Las exigencias actuales en la formación de ingenieros como se ha mencionado, implican la reestructuración de los currículos, con esta situación en mente se planteó en el año 2015 un proyecto de investigación cuyo objetivo era fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje en los estudiantes de ingeniería, en el curso de cálculo diferencial, para cumplir dicho objetivo se elaboró un E-book teniendo en cuenta los tres componentes fundamentales en la didáctica de las matemáticas, a saber, “sujetos que aprenden, sujetos que enseñan y los objetos – contenidos”(transposición didáctica 2009, p. 25).

Al considerar los objetos – contenidos, se determinó que el E-book constaría de cuatro capítulos que recogen los temas propuestos en el plan de estudios de cálculo diferencial de los programas de la facultad de ingeniería de la Universidad de San Buenaventura, es decir, funciones y curvas paramétricas (capítulo I), límites (capítulo II), derivadas (capítulo III) y aplicaciones de la derivada (capítulo IV).

Cada capítulo consta de cuatro secciones conservando el mismo formato. La primera de ellas, denominada conceptualización diseñada específicamente para los sujetos que aprenden, en ella el estudiante encuentra de explicación de los temas de una manera diferente, usando herramientas didácticas tales como mapas conceptuales, cuadros sinópticos y programas dinámicos de matemáticas e ingeniería, apuntando a potenciar en el estudiante los diferentes sistemas de representación de los conceptos allí explicados. En la figura 2, se presenta el esquema de uno de los mapas conceptuales dinámicos donde el estudiante tiene la posibilidad de explorar las aplicaciones de la derivada, encontrando ejemplos que permiten reforzar las explicaciones dadas en la sección de conceptualización.

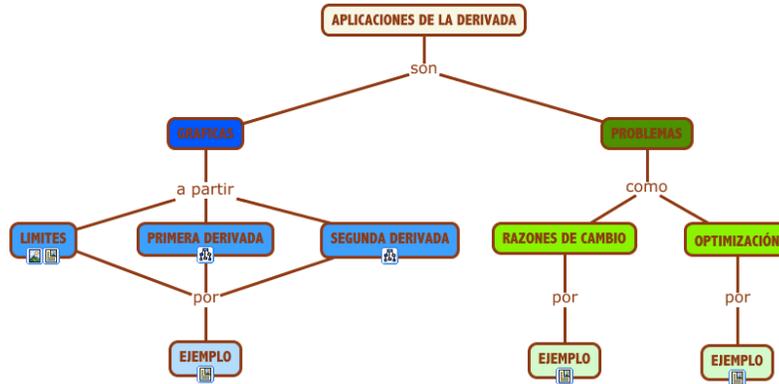


Figura 2. Mapa conceptual de aplicaciones de la derivada.

Fuente: los autores

La segunda sección se denominó Prácticas de Matlab, en ésta se encuentran los códigos que permiten resolver y comprobar los ejemplos propuestos en la primera sección, se eligió el mencionado software porque este es uno de los más utilizados por los ingenieros al permitir obtener soluciones a problemas complejos de su campo de acción. De otra parte es necesario que quienes se están inmersos en un proceso de formación desarrollen habilidades tecnológicas que les permitirán enfrentarse a los retos propios del campo ingenieril.

En la tercera sección, se plantea un problema de aplicación tomado del libro *Cálculo. Conceptos y contextos* de James Stewart, y se resuelve completamente usando el *círculo de modelación* de Blum, se explican y se desarrollan cada una de las siete etapas que permiten obtener la solución del problema elegido.

La segunda y tercera sección involucran a los *sujetos que aprenden* y a los *sujetos que enseñan* puesto que el software Matlab al no ser libre no todos los involucrados (estudiantes y docentes) tienen conocimiento de los códigos del programa. Por otra parte, como se ha explicado anteriormente la modelación matemática no es la metodología principal de las clases de matemáticas ni el enfoque primordial en los libros de texto tradicionales.

En la última sección, luego de una búsqueda en diferentes libros de cálculo diferencial, se eligieron una serie de problemas contextualizados cuyo desarrollo y solución se adapta a las siete etapas del círculo de modelación. La intención de esta sección es brindarle a los *sujetos que enseñan* un apoyo para la preparación y desarrollo de sus clases, bajo la metodología de la modelación matemática.

## 5. Referencias

- Bell, M., Giraldo, L., Gasca, G., Gómez, M., Tabares, M., & Arango, S. (2015). Núcleo común de competencias en ciencias básicas de ingeniería: una propuesta de innovación curricular orientada hacia el aprendizaje activo (pp. 1–11).
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática, *16*, 105–125.
- Blum, W., & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling : Can It Be Taught And Learnt ?, *11*, 45–58.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education*. (W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss, Eds.). Retrieved from [http://www-lsvi.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/\\_personelles/people/henn/Webseite\\_ICMI-Buch.pdf](http://www-lsvi.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/_personelles/people/henn/Webseite_ICMI-Buch.pdf)
- Bravo, A. S., & Cantoral, R. (2012). Los Libros de Texto de Cálculo y el Fenómeno de la Transposición Didáctica. *Educación Matemática*, *24*(2), 91–122.
- Camarena, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa*, *9*, 15–25.
- Lozano, G. A. B. (2009). Transposición Didáctica: Bases Para Repensar La Enseñanza De Una Disciplina Científica - I Parte. *Revista Académica E Institucional de La UCPR*, (85), 17–38.

## Sobre los autores

- **Lina María Peña Páez:** Licenciada en Matemáticas, Especialista en Matemática Aplicada, Magister en Filosofía. Profesor de tiempo completo. [lpena@usbboq.edu.co](mailto:lpena@usbboq.edu.co)
- **Lyda Magnolia Soto Urrea:** Ingeniera Industrial. Especialista en Pedagogía y Docencia Universitaria, Magister en Ciencias de la Educación. Profesor de tiempo completo. [lsoto@usbboq.edu.co](mailto:lsoto@usbboq.edu.co)

---

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Copyright © 2016 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI)