TAXONOMÍA MATEMÁTICA APLICADA EN EL DISEÑO Y ELABORACIÓN DE EXÁMENES PARA LA MATEMÁTICA COMPUTACIONAL EN LA INGENIERÍA DE SISTEMAS

Edwin Romero Cuero

Universidad del Quindío
Armenia, Colombia

Resumen

Este trabajo muestra la forma en que la Taxonomía Matemática es utilizada en el diseño de exámenes en la matemática computacional, la cual sirve como estrategia pedagógica no solo en el diseño sino también para potencializar algunas competencias matemáticas en los estudiantes, dado que en algunos casos al abordador los temas en matemáticas se da mayor relevancia a los ejercicios o problemas de tipo rutinario dejando a un lado muchas veces de manera involuntaria otras competencias que pueden desarrollarse en los estudiantes. Por esta razón, se mostrarán ejemplos concretos de la aplicación de la Taxonomía Matemática en las matemáticas computacionales, tomando como base diferentes espacios académicos tales como: Matemáticas Discretas, Lógica Formal, Algebra Lineal, Teoría de Grafos y Análisis de Algoritmos.

Palabras clave: taxonomía matemática; computación; exámenes

Abstract

This work shows the form in which Taxonomy Mathematics is used in designing tests in computational mathematics, which serves as a teaching strategy that not only in design but also to potentiate some mathematical skills in students, since in some cases addressing topics in mathematics are given more importance to the exercises or routine nature problems leaving aside often unintentionally other skills that can be developed in students. For this reason, concrete examples of the application of Math Taxonomy in *computational mathematics will be developed, taking into acount different academic areas such as: Discrete Mathematics, Formal Logic, Linear Algebra, Graph Theory and Analysis of Algorithms.*

Keywords: *math taxonomy; computing; evaluation*

1. Introducción

"A partir 1948 un grupo de educadores asumieron la tarea de clasificar los objetivos educativos. Propusieron desarrollar un sistema de clasificación en tres aspectos: el cognitivo, el afectivo y el psicomotor. El trabajo del apartado cognitivo se terminó en 1956 y normalmente se le llama Taxonomía de Bloom. La idea central de esta taxonomía es aquello que los educadores deben querer que los alumnos sepan, es decir son los objetivos educacionales. Tienen una estructura jerárquica que va de lo más simple a lo más complejo o elaborado, hasta llegar al de evaluación. Cuando los maestros programan deben tener en cuenta estos niveles y mediante las diferentes actividades, deben ir avanzando de nivel hasta conseguir los niveles más altos. Estos niveles son los siguientes: Conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación". (Bloom, B.S (Ed) (1956)).

Esta taxonomía no ha sido fácil de implementar en las matemáticas, ya que en algunos casos presentan ciertas ambigüedades en su implementación. En su artículo The Chain and the Arrow: From the History of Mathematics Assessment, Jeremy Kilpatrick da una excelente descripción como la Taxonomía de Bloom ha sido mal utilizada en el último siglo. Debido a estas dificultades, surge la idea de construir una taxonomía alternativa denominada Taxonomía Matemática.

La Taxonomía matemática es una adaptación de la taxonomía de Bloom. Si bien esta sugiere un enfoque conductista para la enseñanza y el aprendizaje, éste no es el caso en la Taxonomía matemática ya que es utilizada simplemente como una herramienta para ayudar con el diseño en la construcción de los exámenes.
La Taxonomía matemática fue construida por un grupo de educadores de la Universidad Tecnológica de Sydney(Smith, Wood, Coupland, Stephenson, Crawford, y Ball,1996). Cuyo propósito es tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- Conocimiento Factual
- Comprensión
- Uso rutinario de procedimientos
- Transferencia de información
- Aplicaciones en nuevas situaciones
- Implicaciones, conjeturas y comparaciones
- Evaluación

En este trabajo se definirá cada uno de los elementos componen la Taxonomía matemática y luego, se mostraremos ejemplos concretos de la aplicación de la Taxonomía matemática en las matemáticas computacionales.

Conocimiento Factual

El conocimiento factual es recordar una formula especifica o definición.

Comprensión

Los ejemplos de comprensión están relacionados con la comprensión del significado de los símbolos en una fórmula, reconocimiento de ejemplos y contraejemplos de un objeto o concepto matemático.

Uso rutinario de procedimientos

El uso rutinario de procedimientos cubre algoritmos que los estudiantes han practicado en clase tales como ejercicios de instrucciones o cambiar elementos de una fórmula.

Transferencia de información

La transferencia de información, muestra la capacidad para transformar la información de una forma a otra; es decir, de verbal a numérico, numérico a gráfico y así sucesivamente.

Aplicaciones en nuevas situaciones

Las aplicaciones en nuevas situaciones ponen a prueba la capacidad de elegir y aplicar los métodos apropiados o información en nuevas situaciones

Justificación e Interpretación

Explica con un razonamiento claro los resultados o procedimientos que conllevan dentro de la lógica del problema.

Implicaciones, conjeturas y comparaciones

Desde ideas primarias poder establecer hipótesis para llegar a la generalización de una serie de observaciones.

Evaluación

En la evaluación se puede comparar, criticar y evaluar métodos o soluciones para resolver un problema o para elegir la mejor forma de solucionarlo.

Ahora se citarán algunos ejemplos para cada caso, donde se mostrará como diseñar las preguntas en los diferentes espacios de la Matemática Computacional.

Ejemplo (Conocimiento Factual)

a) De la definición de un grafo simple.

b) Enuncie la ley de De Morgan para complemento de la intersección y de la unión entre dos conjuntos A y B.

Ejemplo (Comprensión)

Considere los siguientes predicados con los números enteros como el universo del discurso

$P(x) = x^2 + 8x + 15$

$Q(x)$: es impar

$R(x) : x > 0$. Determine la verdad o falsedad de cada uno de las siguientes afirmaciones. En caso de ser falso, de un contra ejemplo.

a) $\forall x(P(x) \rightarrow Q(X))$
b) $\exists x(P(x) \rightarrow Q(X))$
c) $\exists x(R(x) \rightarrow Q(X))$
d) $\exists x(P(x) \rightarrow (Q(X) \wedge R(x))$
e) $\forall x((P(x) \vee Q(X)) \rightarrow R(x))$
f) $\forall x(Q(X) \rightarrow P(x))$
g) $\exists x(Q(X) \rightarrow P(x))$
h) $\forall x(\neg Q(X) \rightarrow \neg P(x))$

Ejemplo (Uso rutinario de procedimientos)

a) ¿Cuál es la representación binaria del número entero 988?
b) ¿Qué valor devuelve la siguiente función?. Expresar la respuesta en términos de n.

$funcion \quad campeón(n : Entero\ Positivo)$

$r = 0$

$Para\ i = 0\ Hasta\ n-1$

$Para\ \ j = i+1\ Hasta\ n$

$r = r + j + 2i$

$\mathrm{Re}\, tornar\ r$

Ejemplo (Transferencia de información)

Sea el predicado $V(x) : x$ es una vocal, donde el universo del discurso es el conjunto de letras del alfabeto en español. ¿Cuál es la interpretación en palabras y el valor de verdad de la expresión $\forall x$?

Ejemplo (Aplicaciones en nuevas situaciones)

Dado un conjunto de n ciudades $(n \geq 3)$ y la correspondiente matriz de distancia entre ellas $D = (d_{ij})$, se dispone de dos algoritmos distintos, que tienen complejidad de orden $n\log(n)$ y n^2 respectivamente capaces de hallar la trayectoria de mínima distancia que las recorra a todas las ciudades. En este problema el objetivo será determinar cuál de los dos algoritmos es más eficiente para un número dado (muy elevado)

Ejemplo (Justificación e Interpretación)
Al construir un sistema de transmisión de datos se intenta agrupar un cierto número de cables en unos conductos. Al agruparlos de 13 en 13 se observa que hay que añadir un conducto extra para tres cables, si se colocan de 7 en 7 resulta que una de las vías queda sólo con 5 cables, mientras que en grupos de 5 cables queda uno con 4. Se pide calcular el número de cables, atendiendo a los siguientes puntos:

- ¿Tiene solución el problema planteado? Justificar razonadamente por qué.
- ¿Cuál es el número mínimo de cables que se están utilizando?

Ejemplo (Implicaciones, conjeturas y comparaciones)
El siguiente problema sugiere que los estudiantes usen un programa de computador o calculadora sofisticada para multiplicar las matrices dadas y hacer conjeturas basadas en los resultados obtenidos. Este problema investiga la semejanza de la n-ésima potencia de matrices.
Dadas dos matrices cuadradas $A \ y \ B$ y una matriz P que satisface la relación $B = P^{-1}AP$.

a) Verifique $B = P^{-1}AP$
b) Calcule $B^2 \ y \ P^{-1}A^2P$
c) Calcule $B^3 \ y \ P^{-1}A^3P$
d) Calcule $B^3 \ y \ P^{-1}A^3P$
e) Dado $C \ y \ D$ dos matrices semejantes cualesquiera, realizar una conjetura sobre $C^n \ y \ D^n$ para $n = 1,2.3....$
f) Pruebe la conjetura.

Ejemplo (Evaluación)
La secuencia de Fibonacci está dada por 1, 1, 2, 3, 5, 8,...., cuyos números pueden ser generados a través de los método de recurrencia e iterativo. Se debe evaluar cuál de los dos métodos conviene utilizar para optimizar la memoria.

Método de recurrencia

$$Fib(n) = Fib(n-1) + Fib(n-2) \quad si \ n > 1,$$
$$Fib(n) = 1 \qquad si \ n \leq 1$$

```
Fib(int n)
{
   if (n == 0 || n == 1) return 1; /* condición básica */
   else
         return(Fib(n-1) + Fib(n-2)); /* doble llamada
}
```

Método de iterativo

$$
\begin{array}{l}
Fib(\text{int } n) \\
Fib(n) = 1 \qquad si\ n \le 1 \\
\{ \\
\quad \text{int } i, j, k; \\
\qquad if\ (n > 0) \quad \{ \\
\qquad\quad i = 0; \\
\qquad\quad j = 1; \\
\qquad\quad for(k = 2; k <= n; k++) \\
\qquad\qquad \{ \\
\qquad\qquad\quad j = j + 1; \\
\qquad\qquad\quad k = k + 1; \\
\qquad\qquad \} \\
\qquad\qquad return(j) \\
\qquad else\ return(0) \\
\}
\end{array}
$$

2. Objetivos

- Concienciar a los profesores de la importancia del diseño y construcción de buenos exámenes en el proceso de evaluación.
- Promover la enseña de las matemáticas a través del aprendizaje significativo.
- Potencializar en el estudiante las habilidades matemáticas que le permitan una mejor compresión en su aprendizaje.

3. Conclusión

Si bien es cierto que el objetivo de todo docente debe ser contribuir en la formación de estudiantes competentes y capaces de enfrentar diferentes rectos en un cada vez mas mundo globalizado y cambiante, también es cierto que algunas veces en el momento de evaluar, se toman por alto las diferentes competencias que se pueden desarrollar en los estudiantes que muchas ocasiones son limitados a ejercicios solo de tipo rutinarios. Por esta razón la Taxonomía Matemática se convierte en una gran herramienta en el aula en el planificación y diseño de examenes de calidad cuyo resultado se refleja en estudiantes competentes y preparados para diferentes retos en cotidianidad.

4. Referencias

- Bloom, B.S. (Ed) (1956) Taxonomy of educational objectives: The classification of educatinal goals: Handbook , cognotive domain. New York: Toronto: Longmans, Green.

- Smith, G., Wood, L., Coupland, M., Stephenson, B., Crawford, K., Ball, G. (1996): Constructing mathematical examinations to assess a range of knowledge and skills, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 27:1, 65-77.
- Smith, G., Wood, L. (2000) Assessment of learning in university mathematics, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31 (1), 125-132.
