



Encuentro Internacional de
Educación en Ingeniería ACOFI

**GESTIÓN, CALIDAD Y DESARROLLO
EN LAS FACULTADES DE INGENIERÍA**

Cartagena de Indias, Colombia
18 al 21 de septiembre de 2018



ESTRATEGIA BASADA EN TEORÍA DE LA DECISIÓN PARA MEJORAR EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL CÁLCULO EN UNA VARIABLE PARA CARRERAS TÉCNICAS

Yasmany Fernández, Ómar Oña, Teresa Sánchez

**Universidad Técnica del Norte
Ibarra, Ecuador**

Resumen

Dado el creciente interés que despiertan los resultados obtenidos por los estudiantes en el primer nivel de las ingenierías y carreras técnicas en la materia de cálculo en una variable y como producto de los altos niveles de deserción, se propone el siguiente estudio, basado en una estrategia de mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática a través de un modelo propuesto por Thomas L. Saaty. La propuesta busca afinar con criterio científico, las debilidades subjetivas a las que se enfrentan las carreras de ingeniería respecto a las habilidades que deben poseer los estudiantes en la interpretación y conocimiento de los elementos mínimos indispensables de la matemática superior orientados al cálculo en una variable.

Palabras clave: enseñanza; aprendizaje; matemática; alternativa; criterio

Abstract

Given the growing interest in the results obtained by students in the first level of engineering and technical careers in the field of calculation in one variable and as a result of high levels of desertion, the following study is proposed, based on a strategy of improvement of the teaching and learning process of mathematics through a model proposed by Thomas L. Saaty. The proposal seeks to refine with scientific criteria, the subjective weaknesses faced by engineering careers with respect to the skills that students must possess in the interpretation and knowledge of the minimum essential elements of higher mathematics oriented to the calculation in a variable.

Keywords: *teaching; learning; mathematics; alternative; criteria*

I. Introducción

La matemática como ciencia básica en las carreras de ingeniería tiene un trasfondo cultural de impacto negativo en los estudiantes que provienen de la enseñanza preuniversitaria. Esta idea nos lleva a plantearnos una interrogante inmediata: ¿Por qué existen altos índices de repetencia en la materia de cálculo en una variable y cómo incide este índice de forma negativa en la retención de estudiantes en las carreras de ingeniería?

Una idea básica es la siguiente: *“La carencia de mecanismos de control que regulen la enseñanza de la materia de cálculo en una variable en las carreras de ingeniería respecto a sus ejes temáticos principales, ocasiona desenfoque y falta de solidez en los estudiantes para la adquisición de habilidades fundamentales y posterior aplicación a procesos típicos de la ingeniería”*

Una de las causas más significativas que dificultan el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes se encuentra en que la enseñanza de la disciplina se ha venido realizando, desde hace mucho tiempo, desde una perspectiva “axiomatizada”, algorítmica y rutinaria. Esto lleva a considerar a las matemáticas como un conjunto de reglas y fórmulas que existen y valen por sí mismas, incluso ajenas a la cotidianidad y al entorno de los sujetos, ya sean estos educandos o educadores. (P. Camarena, 2005)

La presente investigación se centra en el origen de algunas de las causas que originan estos problemas, y de forma analítica se propone un grupo de alternativas que en orden de prioridad darán mayor o menor importancia a un grupo de temáticas del cálculo en una variable como ejes vitales o columna vertebral del aprendizaje de esta materia en las carreras de ingeniería. Para realizar un estudio analítico de la situación, es evidente el reconocimiento de factores tanto objetivos como subjetivos. Dado esto se decidió utilizar estrategias basadas en teoría de la decisión, específicamente AHP ¹. El proceso requiere que el decisor del problema haga evaluaciones subjetivas de las importancias relativas de los criterios y de las alternativas con respecto a cada uno de los criterios. El resultado del método AHP es una puntuación final que muestra la preferencia global para cada una de las alternativas. (Toskano Hurtado & Gérard Bruno, 2005)

II. Algoritmos basados en AHP

Al aplicarse un algoritmo basado en AHP, deben seguirse los siguientes pasos:

- i. Construcción de matrices de comparación en parejas:** Se realiza una comparación a pares de cada criterio respecto a la importancia con un objetivo global:

¹ **AHP: Analytic Hierarchy Process:** Proceso Analítico Jerárquico propuesto por Thomas. L. Saaty en 1980 para resolver problemas de toma de decisiones con criterios múltiples.

| | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|-----|----------------------|
| Padre | E₁ | E₂ | ... | E_N |
| E₁ | 1 | a ₁₂ | ... | a _{1N} |
| E₂ | a ₂₁ | 1 | ... | a _{2N} |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | 1 | ⋮ |
| E_N | a _{N1} | a _{N2} | ... | 1 |

Donde las E_n, representan los criterios a evaluar respecto al padre según una escala dada por Saaty:

| Escala Numérica | Escala Semántica |
|-----------------|--|
| 1 | Igual importancia. |
| 3 | Moderadamente más importante un elemento que el otro. |
| 5 | Un elemento es claramente más importante que el otro. |
| 7 | Mucho más importante un elemento que el otro. |
| 9 | Extremadamente más importante un elemento que el otro. |

Tabla 1: Escala de Evaluación dada por Saaty (1980)

- ii. **Realizar el cálculo de vectores de importancia relativas y normalizar:** Este vector se calcula como el autovector correspondiente al máximo autovalor de la matriz de comparación por parejas y tiene tantos componentes como número de filas y columnas tiene la matriz ya que se trata de matrices cuadradas. Una vez calculado el vector de importancias relativas w es necesario normalizarlo, para ello se sigue uno de estos métodos:

Modo distribuido

Este modo se emplea cuando el objetivo es ordenar las alternativas:

$$W_i = \frac{W_i}{\sum_{j=1}^N W_j} \quad (i = 1 \dots N)$$

Modo ideal

Este modo se emplea cuando el objetivo se trata de seleccionar la mejor alternativa:

$$W_i = \frac{W_i}{\text{Max}_j W_j} \quad (i = 1 \dots N)$$

- iii. **Comprobar si las matrices son consistentes:** Una matriz es totalmente consistente si cumple la propiedad de transitividad:

$$a_{ik} \cdot a_{ks} = a_{is} \quad \forall i, k, s = N$$

En ese caso el máximo autovalor de la matriz es igual a la dimensión de la matriz (N) y el resto de autovalores son iguales a cero.

Se define el Índice de Consistencia IC como:

$$IC = \frac{\lambda_{MAX} - N}{N - 1}$$

Siendo λ_{MAX} el máximo autovalor de la matriz y N la dimensión de la matriz.

El ratio de consistencia permite medir si la inconsistencia de la matriz que se está analizando es similar a la de matrices aleatorias, cuya inconsistencia viene dada por el índice RI:

$$RC = \frac{IC}{RI}$$

Rangos de valores del ratio de consistencia:

- $RC = 0$, la matriz es consistente.
- $RC \leq 0.10$, se considera que la inconsistencia es aceptable.
- $RC > 0.10$, la inconsistencia no es aceptable y la matriz ha de ser revisada.

| | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|------|
| Dimensión de la matriz N | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Índice RI | 0.00 | 0.00 | 0.58 | 0.9 | 1.12 | 1.24 | 1.32 | 1.41 | 1.45 | 1.49 |

Tabla 2 Índice de consistencia aleatoria en función de la matriz N

- iv. Componer la matriz de agregación:** La matriz de agregación tendrá tantas filas como alternativas haya y tantas columnas como criterios haya, en este caso supondremos m y n respectivamente.
- v. Determinar la importancia global de las alternativas:** A partir de la matriz calculada en el punto anterior y multiplicándola por el vector de pesos de los criterios respecto del objetivo global, se obtiene la prioridad global de cada alternativa.
- vi. Ordenar las Alternativas:** Se ordenan las alternativas de mayor a menor.

Fue en la Antigua Grecia (s. V a.C.) cuando por primera vez surgió el concepto de toma de decisiones racionales, sin embargo, en la Edad Media tal concepto no pudo sustituir a los modelos mágicos (basados en los propósitos de los dioses) debido a las fuertes creencias religiosas. Es con la llegada del Renacimiento (s.XV-XVI d.C.) cuando aparece la toma científica de decisiones, concepto que se continúa estudiando en la actualidad y gracias al cual se han desarrollados numerosos métodos de análisis y toma de decisiones. (Pérez, 2013)

III. Una estrategia basada en teoría de la decisión para mejora del proceso de enseñanza/aprendizaje del cálculo en una variable en carreras de ingeniería.

| No_Criterio | Descripción Criterio |
|--------------------|---|
| c1 | Geometría(clásica, Analítica y Estereométrica). |
| c2 | Ecuaciones, inecuaciones y funciones. |
| c3 | Aplicación y reconocimiento de propiedades básicas de una función (tipo, forma, dominio, imagen, ceros, interceptos, puntos de intercepción, monotonía y signo, simetría y paridad, asíntotas, clasificación e inversa) |
| c4 | Trigonometría y funciones trigonométricas aplicada a la geometría. |
| c5 | Capacidad de resolver problemas sencillos mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones. |
| c6 | Cálculo de límites(por la definición, algebraicamente, infinitésimos equivalentes). |
| c7 | Aplicaciones del cálculo de límites(pendiente, velocidad y asíntotas). |
| c8 | Análisis de la continuidad de una función. |
| c9 | Análisis de la derivada como un límite especial |
| c10 | Análisis de la derivada como una razón de cambio |
| c11 | Cálculo de derivadas explícitas e implícitas aplicando propiedades y regla de la cadena. |
| c12 | Comprensión del Teorema del Valor Medio. |
| c13 | Análisis e interpretación de extremos de una función real de variable real aplicando criterios de 1era, 2da y derivada enésima. |

ESTRATEGIA BASADA EN TEORÍA DE LA DECISIÓN PARA MEJORAR EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL CÁLCULO EN UNA VARIABLE PARA CARRERAS TÉCNICAS

| | |
|------------|---|
| c14 | Planteamiento y resolución de problemas de optimización. |
| c15 | Comprensión del concepto de antiderivada |
| c16 | Planteamiento de una integral definida mediante sumas de Rieman. |
| c17 | Cálculo de primitivas de una función mediante métodos diversos de integración. |
| c18 | Interpretación y planteamiento del Teorema Fundamental del Cálculo. |
| c19 | Aplicaciones varias del cálculo Integral(Cambio total, área bajo la curva, volumen de sólidos de revolución, longitud de la cuerda, superficie de un sólido de revolución, trabajo, etc). |
| c20 | Perfil del profesor en relación a la materia Cálculo en una variable. |
| c21 | Syllabus de la asignatura en relación a los contenidos mínimos. |
| c22 | motivación del docente de la materia Cálculo en una variable. |
| c23 | Conductismo. |
| c24 | Cognitivismo. |
| c25 | Constructivismo. |
| c26 | Uso de software especializado para la enseñanza de Cálculo en una variable(Matlab, Wolfram, otros) |
| c27 | Evaluación rigurosa de los temas de la materia de Cálculo en una variable |
| c28 | Uso de bibliografía guía básica |
| c29 | Clases confortables por parte del docente de la materia Cálculo en una variable |
| c30 | Equilibrio emocional del docente que imparte la materia. |

Tabla 3: Criterios de Evaluación del proceso de Enseñanza/Aprendizaje del Cálculo en una variable

| No_Alternativa | Descripción Criterio |
|-----------------------|---|
| a1 | Énfasis en la propedéutica |
| a2 | Enseñanza preuniversitaria a fin a las necesidades de la enseñanza superior |
| a3 | Didáctica motivacional para el autoestudio basados en los componentes básicos del precálculo(álgebra elemental, ecuaciones, inecuaciones, funciones, geometría analítica, geometría clásica, estereometría y trigonometría plana) |
| a4 | Potenciar énfasis en demostración de límites. |
| a5 | Potenciar Cálculo de límites a través de infinitésimos equivalentes. |
| a6 | Mostrar y potenciar las resolución de problemas de aplicación mediante el cálculo de límites (pendiente, velocidad y asíntotas de funciones). |
| a7 | Potenciar el análisis de la continuidad de una función real de variable real. |
| a8 | Enseñar a resolver problemas de razón de cambio. |
| a9 | Enseñar técnicas de derivación explícita e implícita. |
| a10 | Enseñar a graficar funciones mediante el análisis de extremos de funciones potenciando la comprensión de los criterios de la 1era, 2da y enésima derivada. |
| a11 | Potenciar el planteo de modelos con rigor matemático para la resolución de problemas de optimización |
| a12 | Enseñar la relación existente entre derivación e integración apoyándose en el concepto de antiderivada. |
| a13 | Enseñar la integral definida a través de sumas de Rieman. |
| a14 | Insistir y practicar los diversos métodos para el cálculo de primitivas de una función. |
| a15 | Enseñar el teorema fundamental del cálculo para integrales |
| a16 | Enseñar a resolver problemas diversos mediante integrales. |
| a17 | Potenciar el claustro de profesores con título de matemática y afines. |
| a18 | Impulsar la investigación científica, la lectura y el uso de la bibliografía básica desde el aula. |
| a19 | Aplicar Instrumentos de Evaluación con rigor matemático y de aplicación. |
| a20 | Dinamizar la clase de Matemática. |

Tabla 4: Alternativas para mejorar el procesos de enseñanza/aprendizaje del Cálculo en una variable en carreras de ingeniería.

A continuación, se expone un ejemplo de la utilidad del procedimiento propuesto, basado en los datos anteriormente expuestos.

Se desea analizar cuál de las alternativas a1, a2 o a3 (**Tabla 3**) son las más apropiadas para solventar en alguna medida los problemas que se tipifican repetidamente en el área de los conocimientos básicos de pre cálculo para que los estudiantes que ingresen a una carrera de ingeniería puedan afrontar con más facilidad los nuevos temas de la asignatura cálculo en una variable, estos problemas han sido identificados por los criterios c1,c2,c3,c4 y c5 (**Tabla 1**).

A. Puntuación de la matriz de comparación de los criterios:

Se toman los criterios c1,c2,c3,c4 y c5 y se comparan de acuerdo a la tabla de valores de importancia propuesta por Saaty:

| | c1 | c2 | c3 | c4 | c5 |
|----|-----|-------|------|------|----|
| c1 | 1 | 0,142 | 0,33 | 0,2 | 5 |
| c2 | 7 | 1 | 5 | 7 | 7 |
| c3 | 3 | 0,2 | 1 | 5 | 5 |
| c4 | 5 | 0,142 | 0,2 | 1 | 3 |
| c5 | 0,2 | 0,142 | 0,2 | 0,33 | 1 |

Tabla 5: Matriz de comparación de criterios para mejora del pre cálculo en los estudiantes que entran a una carrera de ingeniería

B. Ajuste de la matriz de comparación de criterios:

Después de varias iteraciones al no cumplirse transitividad entre los elementos [4,5] y [5,4] de la matriz. Se modifica el elemento [5,4] de la matriz para que cumpla transitividad.

matriz =

| | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1.0000 | 0.1420 | 0.3300 | 0.2000 | 5.0000 |
| 7.0423 | 1.0000 | 5.0000 | 7.0000 | 7.0000 |
| 3.0303 | 0.2000 | 1.0000 | 5.0000 | 5.0000 |
| 5.0000 | 0.1429 | 0.2000 | 1.0000 | 3.0000 |
| 0.2000 | 0.1429 | 0.2000 | 0.3333 | 1.0000 |

C =

| | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1.0000 | 0.1420 | 0.3300 | 0.2000 | 5.0000 |
| 7.0423 | 1.0000 | 5.0000 | 7.0000 | 7.0000 |
| 3.0303 | 0.2000 | 1.0000 | 5.0000 | 5.0000 |
| 5.0000 | 0.1429 | 0.2000 | 1.0000 | 3.0000 |
| 0.2000 | 0.1429 | 0.2000 | 0.3333 | 1.0000 |

C. Puntuación de la matriz de las alternativas respecto a cada criterio.

| CRITERIO 1 | DOMINIO GEOMETRIA | | | CRITERIO 2 | DOM ECUAC, INEC Y FUNCIONES | | |
|------------|-------------------|-------|----|------------|-----------------------------|-------|-----|
| | A1 | A2 | A3 | | A1 | A2 | A3 |
| A1 | 1 | 0,142 | 1 | A1 | 1 | 0,142 | 0,2 |
| A2 | 7 | 1 | 3 | A2 | 7 | 1 | 3 |
| A3 | 1 | 0,33 | 1 | A3 | 5 | 0,33 | 1 |

| CRITERIO 3 | DOM PROP. FUNCIONES | | | CRITERIO 4 | TRIG. APLIC GEOMETRÍA | | |
|------------|---------------------|-----|----|------------|-----------------------|-----|-----|
| | A1 | A2 | A3 | | A1 | A2 | A3 |
| A1 | 1 | 7 | 5 | A1 | 1 | 3 | 0,1 |
| A2 | 0,142 | 1 | 3 | A2 | 0,33 | 1 | 5 |
| A3 | 0,2 | 0,2 | 1 | A3 | 3 | 0,2 | 1 |

| CRITERIO 5 | HABILID. RESOL. PROBLEMAS | | |
|------------|---------------------------|-----|------|
| | A1 | A2 | A3 |
| A1 | 1 | 0,2 | 0,33 |
| A2 | 5 | 1 | 5 |
| A3 | 3 | 0,2 | 1 |

Tabla 6: Alternativas A1, A2 y A3, comparadas respecto a cada criterio c1,c2,c3,c4 y c5.

D. Ajuste de las matrices de comparación de alternativas respecto de los criterios:

Criterio 1:

Alter =

| | | |
|--------|--------|--------|
| 1.0000 | 0.1420 | 1.0000 |
| 7.0423 | 1.0000 | 3.0000 |
| 1.0000 | 0.3333 | 1.0000 |

Criterio 2:

Alter =

| | | |
|--------|--------|--------|
| 1.0000 | 0.1420 | 0.2000 |
| 7.0423 | 1.0000 | 3.0000 |
| 5.0000 | 0.3333 | 1.0000 |

Criterio 3:

Alter=

| | | |
|--------|--------|--------|
| 1.0000 | 7.0000 | 5.0000 |
| 0.1429 | 1.0000 | 3.0000 |
| 0.2000 | 0.3333 | 1.0000 |

Criterio 4:

Alter =

| | | |
|---------|--------|--------|
| 1.0000 | 3.0000 | 0.1000 |
| 0.3333 | 1.0000 | 5.0000 |
| 10.0000 | 0.2000 | 1.0000 |

Criterio 5:

Alter =

| | | |
|--------|--------|--------|
| 1.0000 | 0.2000 | 0.3300 |
| 5.0000 | 1.0000 | 5.0000 |
| 3.0303 | 0.2000 | 1.0000 |

E. Cálculo de la importancia o prioridad global de las alternativas.

Finalmente se ha utilizado el modo distribuido con un ratio de consistencia RC de 0.0526, el cual en la escala de rangos de valores de ratio se considera que la inconsistencia es aceptable al estar por debajo de 0.10.

Al calcular la importancia o prioridad global de las alternativas se obtuvo el siguiente resultado:

- **A2**=0.5303
- **A1**=0.2426
- **A3**=0.2270

De donde la mejor alternativa para mejorar la problemática existente en los estudiantes que entran con problemas en pre cálculo es promover una enseñanza preuniversitaria a fin a las necesidades de la enseñanza superior (**A2**), seguido de un buen enfoque en la propedéutica (**A1**), lo que significa que la institución no puede dar por sentado que el estudiante está en condiciones óptimas y debe preocuparse por reafirmar los contenidos ya obtenidos, finalmente desde el aula de cálculo en una variable, el profesor debe impulsar dinámicas motivacionales que complementen las falencias que tiene el nuevo aspirante a ingeniero (**A3**).

IV. Conclusiones

Los índices de retención en las carreras de ingeniería son alarmantes, principalmente en los primeros niveles, los estudiantes ingresan a la educación superior con graves problemas en la asignatura de cálculo en una variable. El presente estudio ha sido aplicado a varios niveles iniciales siendo coincidentes los problemas en la base pre universitaria, principalmente los temas referentes al pre cálculo, los cuales agrupan álgebra elemental, ecuaciones, inecuaciones y funciones, geometría clásica, analítica y del espacio y trigonometría plana. Estos tópicos; constituyen la base de muchos elementos importantes del cálculo integro diferencial en una y varias variables. Por otro lado, el método propuesto basado en Teoría de la decisión propuesto por Saaty, puede evaluar alternativas de una manera mucho más rigurosa y basada en un grupo de criterios tanto objetivos como subjetivos para la toma de decisiones esenciales al momento de trabajar e investigar sobre aquellos elementos que nos propiciarán una mejora substancial en la enseñanza/aprendizaje de la disciplina.

V. Bibliografía

- COLL. C. (1989). *Marc curricular por al' ensenyament obligatori*.
- José María García Garduño, & Armando Rugarcia T. (1985). PERFIL DEL MAESTRO MOTIVANTE Y DEL DESMOTIVANTE EN LAS CARRERAS DE INGENIERIA. DIDAC.
- P. Camarena. (2005). Mathematics in engineering. En Current Science. 88(3).
- Pérez, A. C. (2013). La decisión multicriterio; aplicación en la selección de ofertas competitivas en edificación, 182.
- Principales dificultades cognitivas para el aprendizaje de matemática en primaria. (2013),

18.

- RIVIÈRE, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva., 15.
- Toskano Hurtado, & Gérard Bruno. (2005). El proceso de análisis jerárquico (AHP) como herramienta para la toma de decisiones en la selección de proveedores. Recuperado a partir de <http://sisbib.unmsm.edu.pe>
- Vázquez, S. M. (2009). Rendimiento académico y patrones de aprendizaje en estudiantes de ingeniería, 33.

Acerca de los Autores

- **Yasmany Fernández Fernández:** Natural de la provincia de Cienfuegos (Cuba), graduado de la maestría en Matemática Aplicada en el 2014 en la Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez”, Desde inicios de 2015 es invitado por la Universidad de Otavalo(Ecuador) a trabajar en el proceso de rediseño de la carrera de Ingeniería en Sistemas y como profesor auxiliar en las materias de Estadística, Matemática y Gestión de Proyectos. Desde octubre de 2015 y hasta la actualidad es parte de la planta docente de la Universidad Técnica del Norte en Ibarra (Ecuador) en la carrera de Ingeniería en Electricidad, atiende las asignaturas básicas, y las materias relacionadas a la matemática superior y afines.
- **Ómar Ricardo Oña Rocha:** Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones por la Universidad de las Fuerzas Armadas (ESPE, Quito-Ecuador. Actualmente se desempeña como profesor en la Facultad de Ingeniería en Ciencias Aplicadas (FICA), carrera de Ingeniería en Telecomunicaciones (CITEL) de la Universidad Técnica del Norte, Ibarra-Ecuador. Docente investigador en áreas tales como Matemática, Currículo, Big Data, Maching Learnig, Electrónica y Telecomunicaciones
- **Olga Teresa Sánchez Manosalvas:** PhD en Educación Superior (Argentina). Máster en Psicopedagogía. Licenciada en Ciencias de la Educación; Grupo de Investigación EAP (Educación, Ambiente y Productividad) Sublínea en Educación en Ingeniería. Asesora pedagógica en el proceso de Diseño y Rediseño curricular. Actual Vicerrectora Académica de la Universidad Técnica del Norte.

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Copyright © 2018 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI)