



Encuentro Internacional de  
Educación en Ingeniería ACOFI

**GESTIÓN, CALIDAD Y DESARROLLO  
EN LAS FACULTADES DE INGENIERÍA**

Cartagena de Indias, Colombia  
18 al 21 de septiembre de 2018



# **INTEGRACIÓN DE MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN Y ANÁLISIS DE CICLO DE VIDA APLICADOS EN UN CURSO DE TRANSFORMADORES DE POTENCIA**

**Javier Solano, Mónica Botero, Gabriel Ordóñez**

**Universidad Industrial de Santander  
Bucaramanga, Colombia**

## **Resumen**

En este artículo se proponen y resuelven dos problemas que pueden ser integrados a un curso de transformadores de potencia. Estos problemas permiten introducir conceptos básicos de optimización aplicada en una de las asignaturas introductorias de la ingeniería eléctrica.

El proceso de transformación de energía eléctrica, con el fin de transmitirla y distribuirla, se caracteriza por una eficiencia elevada, sin embargo, aún existen diversas oportunidades de aumentarla. En este trabajo se plantean alternativas que podrían implementar los operadores de red y usuarios no regulados, especialmente los industriales para reducir las pérdidas de energía eléctrica en los transformadores de potencia.

El primer problema planteado, consiste en determinar la oferta óptima entre varios transformadores de potencia, teniendo en cuenta el costo total de propiedad. El segundo problema, consiste en encontrar la repartición de carga entre dos transformadores con el fin de minimizar las pérdidas de energía. Para promover el uso de software libre, se proponen soluciones a los problemas en Octave.

**Palabras clave:** optimización; costo total de propiedad; transformadores; software libre

## **Abstract**

*This paper poses and proposes the solution of two problems which can be integrated in a power transformers course. These problems allow introducing basic applied optimization concepts in one of the fundamentals courses in electrical engineering.*

*Electric energy conversion processes are characterised by its high efficiency. However, there are still plenty of opportunities to improve it. This paper proposes potential solutions which could be implemented by power system operators and consumers to reduce electric energy losses in power transformers.*

*The first problem consists in determining an optimal offer among multiple power transformers, taking account of the total cost of ownership. The second problem consists in determining the load distribution among two transformers to minimize the energy losses. To promote free software, solutions of the problems are proposed in Octave.*

**Keywords:** *optimisation; total ownership cost; power transformers; free software*

## 1. Introducción

Este trabajo forma parte de una propuesta de actualización de la asignatura máquinas eléctricas en el programa de ingeniería eléctrica de la Universidad Industrial de Santander. Específicamente, se proponen prácticas para la actualización en el área de transformadores de potencia. Se busca ofrecer a los estudiantes un enfoque de aprendizaje basado en la solución de problemas básicos de optimización y el uso de software libre. Se resuelven problemas que en cursos clásicos se tratan de manera superficial y en algunos casos ni siquiera aparecen en el syllabus de las asignaturas.

Este trabajo hace parte de un proceso de reestructuración, que tiene por objetivo ofrecer a los estudiantes una visión más acorde con las herramientas actuales para el estudio de las máquinas eléctricas. La reestructuración se realiza como una respuesta natural al rápido desarrollo que han tenido las máquinas eléctricas en los últimos años. Esta se apoya en experiencias de facultades de ingeniería en el mundo entero que han actualizado sus cursos para ofrecer al estudiante un enfoque de aprendizaje basado en el uso de software de simulación (Li, 2006), (Nehrir, 1995), (Karady, 2003), (Ayasun, 2007), (Montes, 2010), (Solano, 2017).

En un curso convencional de transformadores se resuelven problemas básicos que se pueden encontrar en libros clásicos de máquinas eléctricas como (Chapman, 2009), (Guru, 1988). Se propone entonces plantear y resolver problemas que en cursos anteriores han sido tratados de manera superficial y en la mayoría algunos casos no aparecen en el contenido temático de la asignatura.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera: En la sección 2, se presentan conceptos básicos concernientes a las pérdidas de energía y el rendimiento de transformadores de potencia. En la sección 3, se plantea el problema del análisis del costo total de propiedad de un transformador teniendo en cuenta los costos de adquisición y de operación. En las secciones 4 y 5 se plantean dos problemas además de las soluciones propuestas usando el software Octave. Finalmente, en la sección 5 se presentan las conclusiones y se proponen trabajos futuros.

## 2. Conceptos básicos

Las pérdidas de energía en un transformador se calculan usando la siguiente ecuación

$$E_{\text{trf}} = \int_{t_0}^{t_f} P_{\text{trf}} dt$$

Dónde  $E_{\text{trf}}$  representa las pérdidas totales de energía en el periodo de tiempo comprendido entre  $t_0$  y  $t_f$ . A su vez,  $P_{\text{trf}}$  representa la suma de las pérdidas de potencia en el transformador. En un transformador, estas pérdidas se pueden dividir en 3 tipos:

Las pérdidas de magnetización o pérdidas en el hierro  $P_{\text{fe}}$ , que dependen de la tensión de alimentación, y que por facilidad pueden considerarse constantes iguales a su valor nominal  $P_{\text{fe}_{\text{nom}}}$ .

$$P_{\text{fe}} = P_{\text{fe}_{\text{nom}}}$$

Las pérdidas por efecto Joule o pérdidas del cobre  $P_{\text{cu}}$ , que dependen de la cargabilidad  $\chi$  del transformador, definida como la relación entre la corriente de operación  $i_{\text{trf}}$  y la corriente nominal del transformador  $I_{\text{nom}}$ .

$$\chi = \frac{i_{\text{trf}}}{I_{\text{nom}}}$$

$$P_{\text{cu}} = \chi^2 P_{\text{cu}_{\text{nom}}}$$

Las pérdidas auxiliares pueden ser de varios tipos, tales como las relacionadas con los sistemas de refrigeración forzada. Estas pérdidas pueden considerarse variables con la cargabilidad el transformador, debido a que las etapas de refrigeración se conectan progresivamente a medida que aumenta la temperatura en los devanados del transformador, que a su vez depende principalmente de la corriente que circula por los devanados.

$$P_{\text{aux}} = f(\chi)$$

Las pérdidas de energía en un transformador  $E_{\text{trf}}$  se calculan de la manera siguiente.

$$E_{\text{trf}} = \int_{t_0}^{t_f} (P_{\text{fe}} + \chi^2 P_{\text{cu}} + P_{\text{aux}}) dt$$

Las pérdidas de energía en un sistema de  $i$  transformadores se puede entonces calcular de la manera siguiente.

$$E_{i \text{ trf}} = \int_{t_0}^{t_f} \left( \sum_i P_{\text{fe}_{\text{nom}_{t_i}}} + \sum_i \chi_i^2 P_{\text{cu}_{\text{nom}_{t_i}}} + \sum_i P_{\text{aux}_{t_i}} \right)$$

### 3. Análisis del costo total de propiedad de un transformador

El análisis del costo total de propiedad TCO, del inglés "Total Cost of Ownership", se define como la suma de la inversión en bienes de capital CAPEX, del inglés "Capital Expenditures", y los gastos de operación para el funcionamiento de un producto OPEX, del inglés "Operational Expenses". El TCO permite determinar los costes directos e indirectos del uso del equipo, así como los beneficios de ciertos activos. De esta manera el TOC se convierte en una herramienta apropiada en el momento de evaluar y comparar alternativas para la realización de un proyecto.

En el caso de un transformador, el CAPEX corresponde principalmente al costo de adquisición del equipo, mientras el OPEX al costo de las pérdidas de energía a través de su vida útil. Un transformador diseñado para disminuir las pérdidas puede tener un OPEX relativamente elevado, sin embargo, la reducción en el CAPEX puede en la mayoría de los casos convertirlo en una mejor opción que un transformador convencional teniendo en cuenta el TCO. En muchos casos el costo de inversión inicial puede ser recuperado en ahorros de energía en periodos cortos, menores de 3 años (Amoiralis, 2007), (Siemens, 2018).

Si no se considera el costo del dinero a través del tiempo, el TCO del transformador  $TRF_{TCO}$  se puede estimar con la siguiente ecuación:

$$TRF_{TCO} = C_C + (E_{feT} + E_{cuT}) \cdot Pr_{el}$$

Donde  $C_C$  representa el costo de compra,  $E_{feT}$  y  $E_{cuT}$  las pérdidas de energía en el hierro y en el cobre respectivamente, y  $Pr_{el}$  el precio de la electricidad.

El costo total de propiedad de un transformador con  $k$  cargabilidades se puede estimar con la fórmula siguiente:

$$TRF_{TCO} = C_C + \left( E_{feT} + \sum_k E_{cu_k} \right) \cdot Pr_{el}$$

Donde  $E_{cu_k}$  corresponde a las pérdidas de energía en el cobre con cargabilidad  $k$ . En un escenario con tarifa diferencial, donde  $Pr_{el_i}$  representa el precio de la electricidad en el periodo  $i$ , el TOC se puede estimar con la fórmula siguiente:

$$TRF_{TCO} = C_C + \sum_i \left( E_{fe} + \sum_k E_{cu_k} \right) \cdot Pr_{el_i}$$

En la sección 5 se presenta un problema de selección óptima de un transformador teniendo en cuenta el TCO, y su solución en Octave.

### 4. Repartición óptima de carga entre transformadores

En centros de consumo industriales, comerciales, incluso residenciales, la repartición de carga entre transformadores se realiza en muchos casos de una manera intuitiva, esta no es necesariamente la solución más eficiente. La repartición de carga entre transformadores se plantea como un problema

de optimización, que puede resolverse, para el caso simple de dos transformadores, de forma analítica y numérica. Los resultados obtenidos permiten validar el método numérico, que será utilizado de manera general para encontrar la distribución óptima de carga entre varios transformadores.

El rendimiento del transformador  $\eta_{trf}$  se define como la relación entre la potencia útil entregada a la carga  $P_L$ , y la potencia total entregada por la red al transformador.

$$\eta_{trf} = \frac{P_L}{P_L + P_{fe} + P_{cu} + P_{aux}}$$

Considerando el caso de emplear  $i$  transformadores para alimentar una carga, el rendimiento del sistema  $\eta_{i\ trf}$  se puede calcular de la siguiente manera:

$$\eta_{i\ trf} = \frac{P_L}{P_L + \sum_i P_{fe_{t_i}} + \sum_i \chi_i^2 P_{cu_{t_i}} + \sum_i P_{aux_{t_i}}}$$

El problema consiste a determinar la repartición óptima de carga entre  $i$  transformadores. En la sección 6 se presenta un problema de repartición de carga entre dos transformadores, su correspondiente solución en Octave.

## 5. TCO de un transformador. Problema propuesto.

Se requiere adquirir un transformador de 400kVA 15kV/450V para alimentar el perfil de consumo que se muestra en la Figura 1.

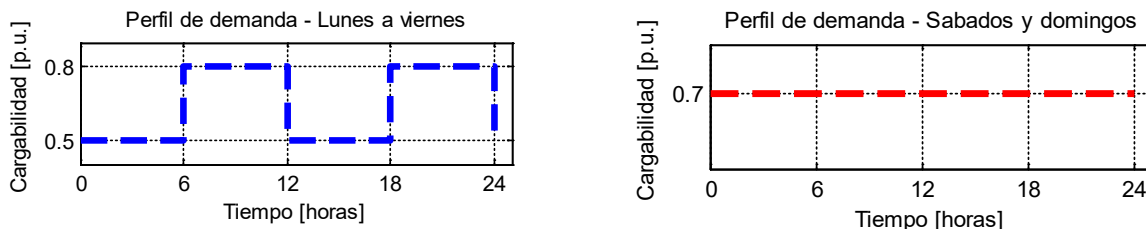


Figura 1. Perfil de demanda

Considere que el transformador se va a instalar en un Proyecto con una duración de 10 años, el costo de la energía es de 253 COP\$/kWh durante las horas valle y de 477 COP\$/kWh durante las horas pico (6pm a 10pm). Para este caso, no se consideran la tasa de interés, ni la depreciación del equipo.

Cuatro proveedores de transformadores presentan las propuestas presentadas en la tabla 1. Determine la oferta más conveniente para el proyecto.

**Tabla 1.** Propuestas presentadas por cuatro (4) proveedores de transformadores.

<b>Proveedor</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Pérdidas nominales en el hierro (kW)	1.2	1.15	0.88	1.2
Pérdidas nominales en el cobre (kW)	4.8	4.9	4.3	5.5
Costo de adquisición (MCOP\$)	41.6	42	45.6	39.68

A continuación, se presenta la solución propuesta a este problema, implementada en Octave por estudiantes de la asignatura.

```

clear;close all;clc
% Datos del problema
SN= 400; %kVA
PFE = [ 1.2 1.15 0.88 1.2 ]; % Pérdidas nominales hierro [kW]
PCU = [ 4.8 4.9 4.3 5.5 ]; % Pérdidas nominales cobre [kW]
CT = [ 41.600e6 42e6 45.600e6 39.680e6 ]; % Costo de adquisición [$]
CEV = 253; % Precio energía hora valle [$/kWh]
CEP = 477; % Precio energía hora pico [$/kWh]
X1 = 0.8 ; X2 = 0.5;X3 = 0.7; % Cargabilidades
% Cálculos
% Horas por cargabilidad y por periodo [h]
HP=28; HV=140;
HV_X1 = 40 ; HV_X2 = 60 ; HV_X3 = 40 ;
HP_X1 = 20 ; HP_X2 = 0 ; HP_X3 = 8 ;
% Energía en el cobre horas pico [kWh]
EH_PCU = HP_X1*X1^2*PCU + HP_X2*X2^2*PCU + HP_X3*X3^2*PCU ;
% Energía en el cobre horas valle [kWh]
EH_VCU = HV_X1*X1^2*PCU + HV_X2*X2^2*PCU + HV_X3*X3^2*PCU ;
% Energía en el hierro horas pico [kWh]
EH_PFE = HP * PFE ;
% Energía en el hierro horas valle [kWh]
EH_VFE = HV * PFE ;
% Costo de la energía hora pico [$]
CE_HV = ( EH_VCU + EH_VFE ) *CEV ;
% Costo de la energía hora valle [$]
CE_HP = ( EH_PCU + EH_PFE ) *CEV ;
% Costo semanal de las pérdidas de energía [$]
CES = CE_HV + CE_HP ;
% Vector semanas
NS = 0:1:520 ; % 10 años
CTT1 = CT(1) + CES(1) * NS; % TCO T1
CTT2 = CT(2) + CES(2) * NS; % TCO T2
CTT3 = CT(3) + CES(3) * NS; % TCO T3
CTT4 = CT(4) + CES(4) * NS; % TOC T4

```

Los resultados obtenidos son presentados en la figura 2. Se puede observar que, de acuerdo con lo esperado, la solución inicialmente más costosa, se convierte rápidamente en la mejor solución debido a sus menores gastos de operación.

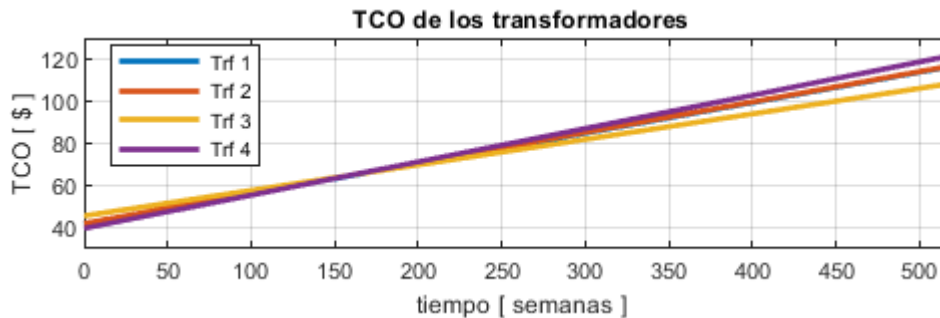


Figura 2. Solución al problema planteado 1.

## 6. Repartición óptima de carga entre transformadores. Problema propuesto.

Se desea alimentar dos circuitos de iluminación de una planta industrial utilizando los siguientes transformadores.

Transformador 1:  $S_n=75 \text{ kVA}$ ,  $P_{fe}=265\text{W}$ ,  $P_{cu}=1090\text{W}$

Transformador 2:  $S_n=45\text{kVA}$ ,  $P_{fe}=180\text{W}$ ,  $P_{cu}=710\text{W}$

Se planea instalar un total de 285 luminarias, repartidas de la siguiente manera: 30 de 1000 W, 80 de 400 W, 25 de 250W y 150 de 100W; todas tienen un factor de potencia de 0.9. Considerando las pérdidas en los conductores despreciables, encuentre la repartición de las luminarias que minimiza las pérdidas de energía.

A continuación, se presenta la solución propuesta a este problema, implementada en Octave por estudiantes de la asignatura.

% Datos del problema

$S_{n1}=75000$ ; %VA

$P_{fen1}=265$ ;  $P_{cun1}=1090$ ;  $S_{n2}=45000$ ;  $P_{fen2}=180$ ;  $P_{cun2}=710$ ; %W

$PL=30*1000+80*400+25*250+150*100$ ; %W

$F_{pl}=0.9$ ; %-

% Cálculos

$SL=PL/F_{pl}$ ; %VA

$P1_{min}=PL-S_{n2}*F_{pl}$ ; % W

$Pop1=P1_{min}:50:S_{n1}*F_{pl}$ ; %W

$x1=(Pop1/F_{pl})/S_{n1}$ ;  $x2=(SL-x1*S_{n1})/S_{n2}$ ; % -

$N2T=PL./(PL+P_{fen1}+P_{fen2}+x1.^2*P_{cun1}+x2.^2*P_{cun2})$ ; % -

$[n_{max}, pos_{n_{max}}]=\max(N2T)$ ; % Rendimiento máximo

$x1_{opt}=x1(pos_{n_{max}})$ ; %  $x1$  para el rendimiento máximo

$x2_{opt}=x2(pos\_nmax)$ ; % x2 para el rendimiento maximo  
 $PotT1=x1_{opt}*Sn1 *Fpl$ ;  $PotT2=x2_{opt}*Sn2 *Fpl$ ; % Popt T1 - T2

Los resultados obtenidos son presentados en la figura 2 y en la tabla 2. La solución presentada es una de las múltiples soluciones óptimas a este problema.

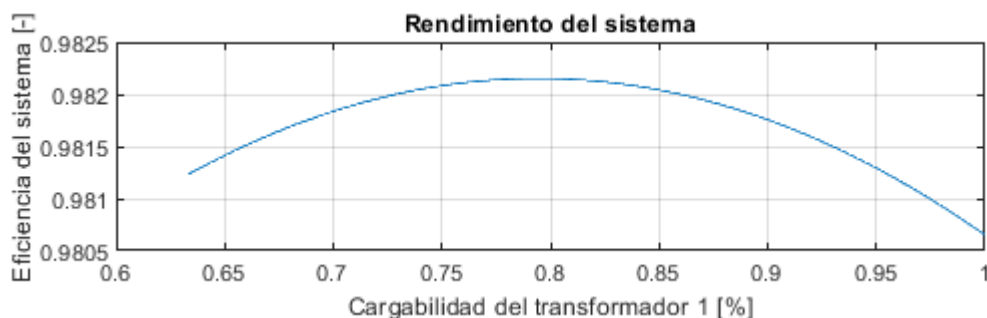


Figura 3. Solución al problema planteado 2.

**Tabla 2.** Repartición óptima de las luminarias. Cantidades por circuito.

Circuito	Luminarias 1000W	Luminarias 400W	Luminarias 250W	Luminarias 100W
TR1 (75 kVA)	1	79	24	150
TR2 (45 kVA)	29	1	1	0

## 7. Conclusiones

Se proponen dos problemas con sus respectivas soluciones realizadas por estudiantes de la asignatura máquinas eléctricas. Estos problemas son utilizados para introducir conceptos básicos de optimización, y facilitan que los estudiantes se apropien de las herramientas software disponibles sin costo como SciLab u Octave. Sin embargo, debido a su cercanía con el software Matlab, se recomienda el uso de Octave para resolver los problemas planteados. Para trabajos futuros se plantearán nuevos problemas y en particular los relacionados con las máquinas rotativas.

## 8. Referencias

### Artículos de revistas

- Ayasun, S., & Karbeyaz, G. (2007). DC motor speed control methods using MATLAB/Simulink and their integration into undergraduate electric machinery courses. *Computer applications in engineering education*, 15(4), 347-354.
- Karady, G. G. and K. A. Nigim, (2003). Improve learning efficiency by using general purpose mathematics software in power engineering. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 3, pp. 979–985, Aug. 2003.



- Li, S., & Chaloo, R. (2006). Restructuring an electric machinery course with an integrative approach and computer-assisted teaching methodology. *Education, IEEE Transactions on*, 49(1), 16-28.
- Montes, A. J. S., Castro, H. A. B., & Riveros, J. A. H. (2010). How to motivate students to work in the laboratory: A new approach for an electrical machines laboratory. *IEEE Transactions on Education*, 53(3), 490-496.
- Nehrir, M. H., Fatehi, F., & Gerez, V. (1995). Computer modeling for enhancing instruction of electric machinery. *Education, IEEE Transactions on*, 38(2), 166-170.

## Libros

- S. J. Chapman. (2009). *Electric Machinery Fundamentals*. New York: WCB/McGraw-Hill, 1999.
- B. S. Guru and H. R. Hiziroglu. (1988) *Electric Machinery and Transformer*. Orlando, FL: Harcourt Brace Jovanovich, 1988.

## Memorias de congresos

- Amoiralis, E. I., Tsili, M. A., Georgilakis, P. S., & Kladas, A. G. (2007). Energy efficient transformer selection implementing life cycle costs and environmental externalities. In *Electrical Power Quality and Utilisation, 2007. EPQU 2007. 9th International Conference on* (pp. 1-6). IEEE.
- Solano, J., Jimenez, D. A., Díaz, H., Pérez, J., Sepulveda, A., Mantilla, M. A. (2017). A modular power electronics/control systems laboratory as educational tool for electrical engineering courses. In *Power Electronics and Power Quality Applications (PEPQA), 2017 IEEE Workshop on* (pp. 1-5). IEEE.

## Fuentes electrónicas

- Siemens Energy Sector • Power Engineering Guide • Edition 7.1 Consultado el 22 de junio de 2018 en <https://www.energy.siemens.com/hq/en/power-transmission/transformers/assets/pdf/siemens-transformers-power-engineering-guide-7-1.pdf>

## Sobre los autores

- **Javier Solano:** Ingeniero electricista de la Universidad Industrial de Santander, M.Sc y Ph.D en ingeniería eléctrica de la Université de Franche-Comté, Francia. Profesor asistente de la Universidad Industrial de Santander. [jsolano@uis.edu.co](mailto:jsolano@uis.edu.co)
- **Mónica Botero:** Ingeniera electricista de la Escuela Colombiana de Ingenieros, M.Sc y Ph.D en ingeniería eléctrica de la Universidad Nacional de Colombia. Profesora asociada de la Universidad Industrial de Santander. [mabotero@uis.edu.co](mailto:mabotero@uis.edu.co)

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la  
Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Copyright © 2018 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI)