



Encuentro Internacional de  
Educación en Ingeniería ACOFI

**GESTIÓN, CALIDAD Y DESARROLLO  
EN LAS FACULTADES DE INGENIERÍA**

Cartagena de Indias, Colombia  
18 al 21 de septiembre de 2018



# **ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN DE LA ACELERACIÓN DE CORIOLIS BASADO EN EL USO DE LA PROGRAMACIÓN SECUENCIAL PARA FOMENTAR EL APRENDIZAJE INTEGRAL DE ESTUDIANTES DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**Juan Pablo Gallego Patiño, Carlos Mauricio Franco Rendón, Alejandro Restrepo  
Martínez**

**Universidad Nacional de Colombia  
Medellín, Colombia**

## **Resumen**

En el estudio de problemas dinámicos fenómenos como la Coriolis suelen ser tediosos para los estudiantes por tanto por complejidad de concepto como en el proceso operacional, requiriendo nociones de distintas áreas como geometría vectorial, cálculo y física. El método tradicional evaluación por exámenes, en muchas ocasiones, se ve distorsionado por efectos adversos en el alumno como estrés, errores operacionales, etc. Se propone una técnica alterna de aprendizaje y evaluación por medio del uso de la programación secuencial, donde el estudiante pueda no solo aprender del área de estudio, sino repasar conceptos de otros campos y ser evaluado sin factores que inciden en su desempeño. Se realizó el cálculo analítico de un ejercicio de Coriolis en dos maneras: La realización manual con parámetros del enunciado del problema, esto con el objetivo de establecer los elementos necesarios para su solución este, además lograr bases para entender los resultados y sacar conclusiones lógicas de estos. Seguido se realizó un cálculo analítico representado por un algoritmo secuencial que genera ayudas gráficas que describen el comportamiento de los fenómenos físicos y sus casos críticos. Cuantitativamente el uso de software permitió explorar cambios en los parámetros del ejercicio, además dio la oportunidad explorar el porcentaje de aceleración de Coriolis respecto a la aceleración total del sistema. Adicionalmente, la elaboración de un informe escrito desarrollo en los estudiantes aptitudes escritura con pensamiento crítico, análisis gráfico y evaluación de datos. En conclusión, el empleo de ayudas computacionales como Matlab para la enseñanza de problemas de ingeniería trae consigo ventajas no solo en el ámbito propio de estudio sino en el desarrollo integral del estudiante, aportando importantes habilidades para su futuro. Para este caso específico se fomenta el

pensamiento asociado al pre diseño por la capacidad de cambiar parámetros e interpretar aceleraciones que conllevan a fuerzas necesarias para el diseño.

**Palabras clave:** Coriolis; evaluación; programación secuencial

### **Abstract**

*In the study of dynamic problems, phenomena such as Coriolis tend to be tedious for students in terms of the complexity of the concept as the operational process, requiring notions of areas such as geometry, calculus and physics. The traditional method of evaluation by exams, in many cases, has adverse problems in the student such as stress; operational errors, etc. An alternative technique of learning and evaluation is proposed through the use of sequential programming, where the student can not only learn from the area of study, but also review concepts from other fields and be evaluated without factors that affect their performance. The analytical calculation of a Coriolis exercise was carried out by two ways: First, the problem was manually resolved using parameters of the problem statement, and then necessary elements for its solution were identified. Second, an analytical calculation was made, represented by a sequential algorithm that generates graphical aids that describe the behavior of physical phenomena and their critical cases. Quantitatively, the use of software allowed to explore changes in the parameters of the exercise, and gave the opportunity to explore the percentage of Coriolis acceleration with respect to the total acceleration of the system. Additionally, the preparation of a written report develops students' writing skills with critical thinking, graphic analysis and data evaluation. In conclusion, the use of computer aids such as Matlab for the teaching of engineering problems brings advantages not only in the field of study but also in the overall development of the student, providing important skills for their future. For this specific case, the thought associated with the pre-design is encouraged by the ability to change parameters and interpret accelerations that entail forces necessary for the design.*

**Keywords:** Coriolis; dynamics; sequential programming

## **1. Introducción**

El aprendizaje de áreas como la dinámica es primordial para el desarrollo integral de los estudiantes de ingeniería mecánica, entregándoles parámetros primordiales para el diseño de elementos mecánicos en movimiento.

Con el objetivo de promover el aprendizaje integral de los estudiantes de ingeniería son primordiales habilidades como el análisis de gráficas y de datos, la representación de problemas por medio de algoritmos secuenciales, esto con el objetivo de buscar diversas soluciones y conclusiones para un problema dado. Sin embargo, en los exámenes tradiciones de dinámica se resuelve un ejercicio de un texto, lo cual en general no explota todo el potencial de análisis y pre diseño que pueden alcanzar los estudiantes. Se presenta un ejemplo de cómo usando el mismo ejercicio, se amplían las posibilidades de aprendizaje si se utiliza la programación secuencial y la elaboración escrita de un informe.

## 2. Métodos y procedimiento

El método propuesto tiene los siguientes pasos: Planteamiento y solución escrita del problema. Solución por medio de programación secuencial del problema. Representación de los resultados por medio de diagramas, gráficas y tablas. Conclusiones de la experiencia de los estudiantes con este tipo de evaluación y sobre el problema.

### 2.1 Resolución del ejercicio

Se solucionará un problema de movimiento lineal de un cuerpo visto desde un marco de referencia rotatorio (más conocido como Coriolis). De esta forma se observa una velocidad y aceleración relativa de un punto A con respecto a un sistema de referencia rotatorio.

El problema tomado de [1] consiste en un mecanismo de eslabones para amplificar movimiento angular. El eslabón AB posee un pasador en B confinado en una ranura entre el eslabón CD. Las medidas, ejes coordenados y datos iniciales del problema se observan en la figura 1.

Se utilizarán los ejes coordenados como se muestra en la figura 1 y con sentido de rotación anti horario positivo.

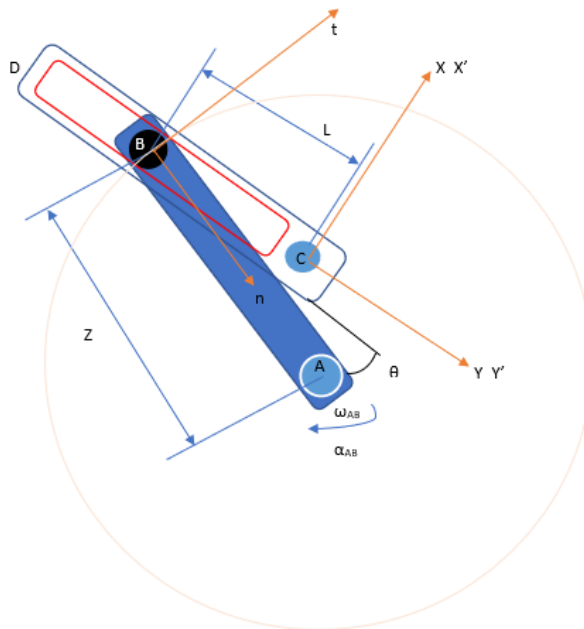


Figura 1: Definición de sistemas coordenados para la solución del ejercicio manual [1]

Dato	Valor	Unidades
Angulo entre eslabones ( $\theta$ )	15	Grados
Velocidad angular inicial ( $\omega_{AB}$ )	2.5	rad/s
Aceleración angular inicial ( $\alpha_{AB}$ )	3	rad/s <sup>2</sup>
Longitud eslabón AB ( $z$ )	200	mm
Longitud eslabón BC ( $l$ )	300	mm

Tabla 1: Datos iniciales resolución del ejercicio. [1]

XY: Inercial

X'Y': Rotatorio

Poner los sistemas de referencia inercial y rotatoria en el mismo punto simplifica las operaciones requeridas para hallar vectores posición de un sistema de referencia a otro.

En las ecuaciones 1 y 2 se calculan  $V_B$  y  $a_B$  respecto al punto en A:

$$V_B = V_A + W_{AB} \times R_{B/A} = 0,1294(i) + 0,4830(j) \text{ m/s} \quad (1)$$

$$a_B = a_A + \alpha_{AB} \times R_{B/a} - W_{AB}^2 \times R_{B/A} \quad (2)$$

$$a_B = 1,3627(i) + 0,2560(j) \text{ m/s}^2$$

En la ecuación 3 se calcula  $V_B$  con respecto a C:

$$V_B = V_C + W_{DC} \times R_{B/C} + (V_{B/C})_{X'Y'Z'} \quad (3)$$

$$\Rightarrow 0,1294(i) + 0,1830(j) = (V_{B/C})_{X'Y'Z'}(i) + 0,15W_{DC}(j)$$

Donde  $(V_{B/C})_{X'Y'Z'}$  representa la velocidad relativa lineal del pasador B con respecto al sistema de referencia rotatorio ubicado en C. Solucionando las ecuaciones para (i) y (j)

$$(V_{B/C})_{X'Y'Z'} = 0,1294 \text{ m/s}$$

$$W_{DC} = 3,22 \text{ rad/s}$$

En la ecuación 4 se calcula  $a_B$  con respecto a C:

$$a_B = a_C + \alpha_{BC} \times R_{B/C} - W_{BC}^2 \times R_{B/C} + 2W_{BC} \times (V_{B/C})_{X'Y'Z'} + (a_{B/C})_{X'Y'Z'} \quad (4)$$

$$1,3627(i) + 0,2560(j) = (1,555 + (a_{B/C})_{X'Y'Z'})(i) + (0,15\alpha_{DC} - 0,8333)(j)$$

Donde  $(a_{B/C})_{X'Y'Z'}$  representa la velocidad relativa lineal del pasador B con respecto al sistema de referencia rotatorio ubicado en C. Solucionando la ecuación anterior para (i) y (j)

$$(a_{B/C})_{X'Y'Z'} = 0,1923 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha_{DC} = 7,26 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

## 2.2. Estrategia de programación

Primeramente, el código genera matrices en las cuales se almacenarán las incógnitas. Luego de esto entra al primer ciclo *for* donde se variarán los distintos valores de teta (ángulo entre las barras AB y BC). En este ciclo *for* se calcularán los vectores posición necesarios para la solución del ejercicio con los distintos valores de teta. Seguido a esto se procede al siguiente ciclo *for* que variará algunos de los parámetros iniciales como por ejemplo la  $W_{AB}$ , las longitudes de las barras, entre otras. Dentro de esta se realiza el cálculo de las velocidades y aceleraciones necesarias en la solución del ejercicio y se almacenan los resultados en las matrices creadas inicialmente. Finalmente, se realizan las gráficas de las cuales se procede a sacar conclusiones.

Para el caso del porcentaje de Coriolis se deben añadir dos líneas de código donde se definen dos variables nuevas, una es la aceleración total del sistema y la otra la aceleración de Coriolis (lineal respecto a sistema de referencia rotatorio); además de esto se deben crear matrices para almacenar estas variables.

## 3. Análisis de resultados

### 3.1. Velocidad y aceleración relativa ( $V_{B/C}$ Y $a_{B/C}$ ) variando la velocidad angular inicial ( $W_{AB}$ )

Se observan varios elementos importantes inicialmente: primero que todo el comportamiento periódico del movimiento semejante a la función seno; Se nota como aumentar  $W_{AB}$  aumenta  $V_{B/C}$ .

**ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN DE LA ACELERACIÓN DE CORIOLIS BASADO EN EL USO DE LA PROGRAMACIÓN SECUENCIAL PARA FOMENTAR EL APRENDIZAJE INTEGRAL DE ESTUDIANTES DE INGENIERÍA MECÁNICA**

Las velocidades máximas suceden cuando las barras están perpendiculares y velocidades nulas cuando hay un ángulo de  $180^\circ$  entre estas [Figura 2].

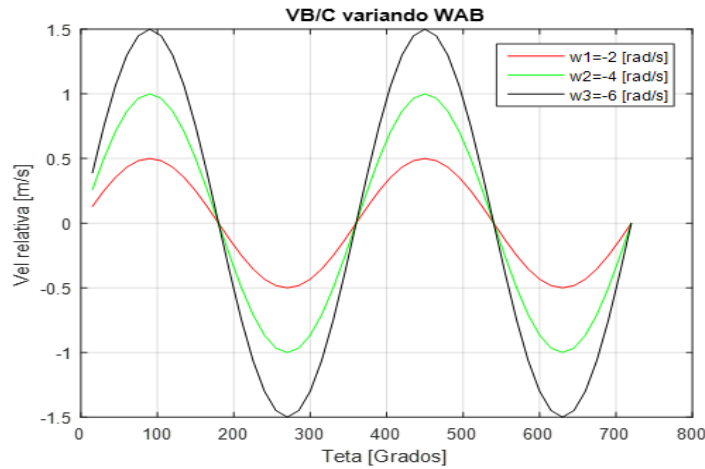


Figura 2: Gráfica  $V_{B/C}$  vs. Teta variando  $W_{AB}$ . Elaboración propia.

En la siguiente tabla se muestra el resumen de los puntos críticos, como máximos, mínimos y raíces.

$W_{AB}$ [rad/s]	Máximos		Mínimos		Raíces
	$\theta$ [rad]	$V_{B/C}$ [m/s]	$\theta$ [rad]	$V_{B/C}$ [m/s]	$\theta$ [rad]
-6	$\theta = (\pi/2) +$	1.5	$\theta = (\pi/2) +$	-1.5	$\theta = (\pi) + n$
-4	$n\pi; n \in \mathbb{N}$	1	$n\pi; n \in \mathbb{N}$	-1	$\pi; n \in \mathbb{N}$
-2		0.5		-0.5	

Tabla 2: Resultados  $V_{B/C}$  vs. Teta variando  $W_{AB}$ . Elaboración propia.

Ahora, para el caso de la aceleración se realiza otro análisis:

En este caso se nota un cambio más drástico en  $a_{B/C}$  al variar  $W_{AB}$ , esto se puede deber a que tiene más términos relacionados con esta variable. La mayoría del tiempo, el pasador se está acelerando de forma negativa, esto significa que trata de alejarse del pivote. De la misma forma que con  $V_{B/C}$ , se cumple que  $W_{AB}$  aumenta  $a_{B/C}$  [Figura 3].

Es importante recalcar que no se muestran los valores de velocidad angular cero ya que estos varían de una  $W_{AB}$  a otra, de esta forma, soltar 3 barras con velocidades angulares iniciales distintas variaría por completo el movimiento no sólo en términos de velocidad sino en términos de aceleración, siendo la condición más crítica la de mayor  $W_{AB}$  [Figura 3].

$W_{AB}$ [rad/s]	Máximos		Mínimos		Raíces
	$\theta$ [rad]	$a_{B/C}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\theta$ [rad]	$a_{B/C}$ [m/s <sup>2</sup> ]	$\theta$ [rad]
-6	$\theta = (5\pi/12)$	2.5	$\theta = (\pi) + n$	-26.2	-
-4	$+2n\pi; n \in \mathbb{N}$	1.4	$\pi; n \in \mathbb{N}$	-11.6	
-2		0.8		-3	

Tabla 3: Resultados  $a_{B/C}$  vs. Teta variando  $W_{AB}$ . Elaboración propia.

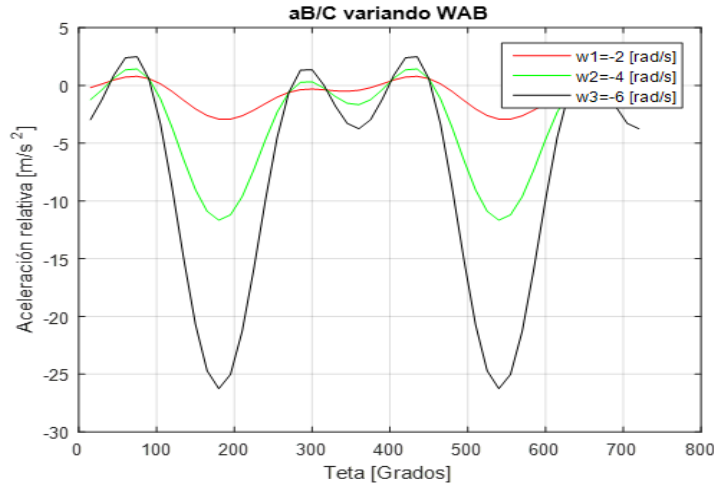


Figura 3: Grafica  $a_{B/C}$  vs. Teta variando  $W_{AB}$ . Elaboración propia.

### 3.2. Aceleración relativa ( $a_{B/C}$ ) variando la posición inicial del pasador ( $R_{B/C}$ )

Al analizar la figura 4 una de las primeras observaciones importantes que se podría realizar es que entre más lejos se encuentra el pasador B del pivote en C, las aceleraciones que se presentan son en la mayoría de sus casos mayores en magnitud. Esto se puede deber a que los términos  $\alpha_{CB} \times R_{B/C}$  y  $(W_{CB} \times W_{CB}) \times R_{B/C}$  están teniendo una mayor influencia en  $a_{B/C}$ .

Si se analiza la figura 4 se nota que se genera un desfase en los puntos máximos de las distintas gráficas, esto significa que para distintas longitudes de barras el pasador se acelerará de forma máxima a distintos ángulos y no un ángulo común.

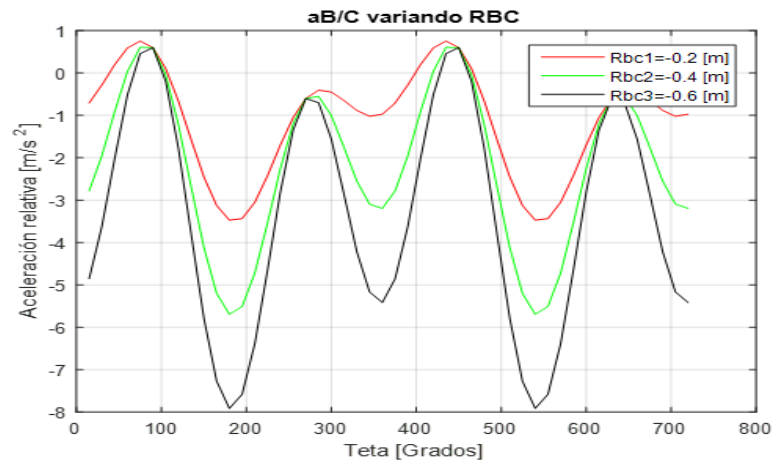


Figura 4: Grafica  $a_{B/C}$  vs. Teta variando  $R_{B/C}$ . Elaboración propia.

### 3.3. Velocidad relativa ( $V_{B/C}$ ) variando la longitud de la barra AB ( $R_{B/A}$ )

Analizando la figura 5 se nota un comportamiento bastante parecido al visto en el caso de la sección 3.1.

**ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN DE LA ACELERACIÓN DE CORIOLIS BASADO EN EL USO DE LA PROGRAMACIÓN SECUENCIAL PARA FOMENTAR EL APRENDIZAJE INTEGRAL DE ESTUDIANTES DE INGENIERÍA MECÁNICA**

Esto se puede deber a que  $V_{B/C}$  según la ecuación (1) depende del término  $W_{BC} \times R_{B/C}$ , por lo que un aumento en cualquiera de los dos términos genera un cambio similar en la figura 5 (aumento en su amplitud).

Además de esto se nota un crecimiento de la velocidad lineal del pasador cuando se aumenta la longitud de la barra AB [Figura 5].

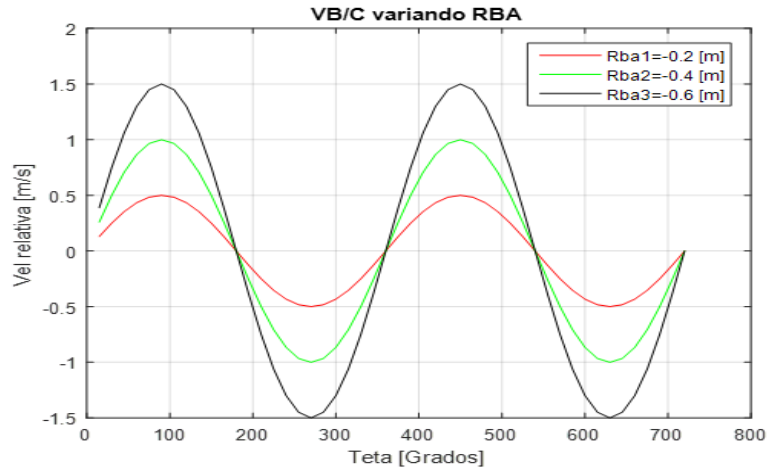


Figura 5: Gráfica  $V_{B/C}$  vs. Teta variando  $R_{B/A}$ . Elaboración propia.

En la tabla 4 se resumen los puntos críticos de la figura 5:

$r_{B/A}$ [m]	Máximos		Mínimos		Raíces
	$\theta$ [rad]	$V_{B/C}$ [m/s]	$\theta$ [rad]	$V_{B/C}$ [m/s]	$\theta$ [rad]
-0.6	$\theta = (\pi/2) + n\pi; n \in \mathbb{N}$	1.5	$\theta = (\pi/2) + n\pi; n \in \mathbb{N}$	-1.5	$\theta = (\pi) + n\pi; n \in \mathbb{N}$
-0.4		1		-1	
-0.2		0.5		-0.5	

Tabla 4: Resultados  $V_{B/C}$  vs. Teta variando  $R_{B/A}$ . Elaboración propia.

### 3.4. Porcentaje de aporte de la aceleración causada por el efecto Coriolis sobre la aceleración total

Analizando la figura 6, se visualiza cómo afecta la aceleración de Coriolis a la aceleración total del punto B. Es un análisis bastante interesante ya que nos ayudará a decidir en sistemas que estén dominados por este movimiento si las fuerzas generadas por estas aceleraciones podrían ser omitidas a la hora de diseñar un mecanismo o si son tan altas que hay que tenerlas en cuenta para el diseño.

En la gráfica se observa que los valores rondan entre un máximo del 58% y un mínimo del 19% aproximadamente. Estos valores nos indican una importancia en algunos casos mayores a la mitad de la aceleración total, por esto si esta aceleración es alta no se pueden despreciar los efectos causados por Coriolis, hacerlo estaría ignorando aceleraciones que pueden generar grandes fuerzas que implicaría consecuencias graves para el diseño.

### 3.4.1. Máximos y mínimos

Los máximos porcentajes de importancia de la aceleración de Coriolis se dan en:

$$\theta_1 = (5\pi/12) + 2n\pi; n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

$$\theta_2 = (19\pi/12) + 2n\pi; n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

Estos momentos, se podrían explicar cómo los puntos donde la barra BC está rotando con mayor velocidad angular y se está acelerando más y donde el pasador está teniendo  $V_{B/C}$  y  $a_{B/C}$  mayores. Cuando una barra está en el mismo ángulo que la otra, se generará la mínima importancia de Coriolis en el movimiento total. Esto significa que están disminuyendo parámetros como las aceleraciones, velocidades relativas de B respecto a C y las angulares de la barra BC. Se visualiza que los puntos que presentan menos aporte de la aceleración de Coriolis respecto a la aceleración total del sistema concuerdan con los puntos con mínimas velocidades y aceleraciones del pasador B respecto al pivote C, esto sucede cuando el ángulo entre las barras es  $0^\circ$ . Ver figuras 2 y 3.

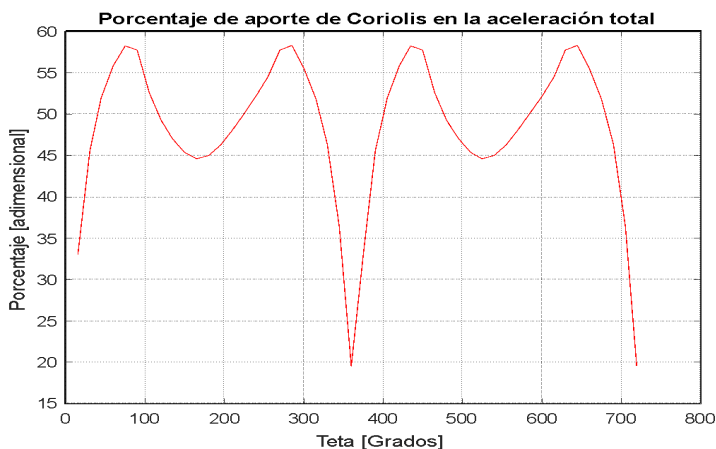


Figura 6: Importancia de la aceleración causada por Coriolis en la aceleración total. Elaboración propia.

## 4. Conclusiones

- La realización del problema implica un método de solución con la ejecución consecutiva de pasos que permita la correcta realización y entendimiento de este, empezando por un análisis escrito y terminando con un análisis de datos.
- Si se realiza un diseño en el que se tenga un movimiento lineal respecto a un sistema de referencia rotatorio, es importante tener en cuenta la aceleración generada por el fenómeno de Coriolis, que puede alcanzar valores casi del 60% de la aceleración total del sistema. Si la aceleración total del sistema no es muy alta, se podrían despreciar estos efectos.
- Se desarrolla un aprendizaje integral a la hora de realizar el ejercicio, debido a la necesidad de usar herramientas y criterios que no se desarrollan normalmente en el momento de realizar un ejercicio similar pero que amplía la gama de capacidades para obtener soluciones como ingenieros en formación.



## ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN DE LA ACCELERACIÓN DE CORIOLIS BASADO EN EL USO DE LA PROGRAMACIÓN SECUENCIAL PARA FOMENTAR EL APRENDIZAJE INTEGRAL DE ESTUDIANTES DE INGENIERÍA MECÁNICA

- El uso de programación para la realización de problemas nos permite calcular un número de incógnitas mucho mayor a las calculadas a mano y representar estas de forma gráfica permitiendo hallar los puntos críticos necesarios para el diseño de mecanismos.

### 5. Referencias

- Hibbeler, R. C. (2010). Dinámica. Pearson Educación, México, pp. 752.
- Harihara, P. and Childs, D. (n.d.). Solving Problems in Dynamics and Vibrations Using MATLAB. [ebook] disponible en: <https://www.crcpress.com/downloads/K11527/MATLAB%20Resources.pdf> [Consultado el 12 jun. 2018].

---

Los puntos de vista expresados en este artículo no reflejan necesariamente la opinión de la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería.

Copyright © 2018 Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI)